

# Trabajo Fin de Máster

## Máster Universitario en Ingeniería Industrial

### Esquema de control para conducción autónoma: aplicación al vehículo FOX

Autor: María Martell Gálvez

Tutor: Carlos Bordons Alba

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019







Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería Industrial

# **Esquema de control para conducción autónoma: aplicación al vehículo FOX**

Autor:  
María Martell Gálvez

Tutor:  
Carlos Bordons Alba

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster: Esquema de control para conducción autónoma: aplicación al vehículo FOX

Autor: María Martell Gálvez

Tutor: Carlos Bordons Alba

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



*A mi familia*



## Agradecimientos

---

Con este trabajo finalizo una larga etapa de mi vida: la etapa de estudiante. Son algo más de seis años en la universidad, los dos últimos en la Universidad de Sevilla. Son tantos años que es imposible agradecer a todas las personas que me han acompañado durante ellos. Gracias por estar ahí.

En primer lugar, me gustaría agradecer a mi tutor, Carlos Bordons, siempre disponible y dispuesto a tenderme una mano, por darme todas las herramientas que estaban en su mano para poder completar este trabajo.

En segundo lugar, gracias a esta universidad por la oportunidad de seguir creciendo personal y profesionalmente, pero sobre todo gracias a los grandes amigos que he hecho en ella, han sido mi familia sevillana durante estos dos años.

Por último, no me olvido de mi familia, que desde Almería, mi tierra, me ha apoyado para que hoy pueda estar aquí. Gracias por vuestras palabras de ánimo en esta recta final.

*María Martell Gálvez  
Sevilla, 2019*





## Resumen

---

La industria automovilística se encuentra en una carrera por hacer realidad la conducción autónoma. En este trabajo fin de máster, se ha querido presentar y validar un esquema de control para conducción autónoma que podría ser implementado en el vehículo FOX, propiedad de la Universidad de Sevilla. En concreto, se centra en el desarrollo de dos capas de control en un esquema jerárquico: capa de planificación de trayectorias y capa de seguimiento de trayectorias. En la capa de seguimiento de trayectorias, es necesario lidiar con las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo para las cuales se combinan esquemas de control predictivo junto con esquemas de control cinemático, como el pure pursuit.

Varios ensayos han sido propuestos para evaluar la funcionalidad del esquema de control, como un circuito skidpad o un ensayo de carretera. Los resultados obtenidos son prometedores y muestran la capacidad del esquema para un seguimiento de trayectorias seguro, esto es evitando obstáculos estáticos, y estable, esto es asegurando un ángulo de deslizamiento lateral inferior a  $1.5^\circ$ .

**Palabras clave:** *conducción autónoma, vehículo FOX, automatización, planificación de trayectorias, seguimiento de trayectorias, control predictivo*



# Abstract

---

**A**utomotive industry is on a race to make self-driving a reality on our daily lives. In this thesis, a control scheme is presented for FOX vehicle, property of University of Sevilla, and validated through different tests. More concretely, this proposal is based on two main control layers, part of a hierarchical architecture: path planning layer and path following layer. To achieve an effective control, path following layer deals with longitudinal and lateral dynamics by means of a combination of model predictive control and cinematic control based on pure pursuit.

The control scheme has been validated through a set of several tests, such as skidpad circuit or a road test. Results are promising and show a capacity for safe and stable path following, i.e. avoiding static obstacles and achieving sideslip angle below  $1.5^\circ$ .

**Keywords:** *self-driving, FOX vehicle, automation, path planning, path following, model predictive control*



# Índice

---

|   |           |
|---|-----------|
| <i>Resumen</i>  | V         |
| <i>Abstract</i>   | VII       |
| <i>Índice</i>   | IX        |
| <i>Acrónimos</i>  | XI        |
| <i>Notación</i>   | XIII      |
| <b>1 Introducción</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Motivación  | 1         |
| 1.2 Objetivos   | 3         |
| <b>2 Vehículo de competición FOX</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1 Descripción del vehículo  | 5         |
| 2.2 Entorno de simulación   | 7         |
| 2.2.1 Modelo del vehículo en SimMechanics                                   | 8         |
| 2.3 Dinámica del vehículo   | 9         |
| 2.3.1 Fuerzas externas  | 9         |
| 2.3.2 Modelo de la rueda  | 11        |
| <b>3 Planificación y seguimiento de trayectorias en vehículos autónomos</b> | <b>13</b> |
| 3.1 Planificación de trayectorias   | 13        |
| 3.1.1 Algoritmos de planificación   | 15        |
| 3.1.2 Introducción al algoritmo A*  | 17        |
| 3.2 Seguimiento de trayectorias   | 18        |
| 3.2.1 Introducción al control predictivo                                    | 21        |
| 3.2.2 Control predictivo en conducción autónoma: estado del arte            | 24        |
| <b>4 Esquema de control para conducción autónoma</b>                        | <b>27</b> |
| 4.1 Definición del problema e hipótesis de partida.                         | 27        |
| 4.2 Esquema de control para conducción autónoma.                            | 28        |
| 4.2.1 Capa de planificación de trayectorias.                                | 28        |
| 4.2.2 Capa de seguimiento de trayectorias.                                  | 30        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.3      | Modelos de la dinámica de un vehículo.      | 35        |
| 4.3.1    | Modelo de la dinámica longitudinal.         | 37        |
| 4.3.2    | Modelo de la dinámica lateral.              | 38        |
| 4.3.3    | Validación de modelos.                      | 40        |
| <b>5</b> | <b>Ensayos y resultados</b>                 | <b>43</b> |
| 5.1      | Ensayo de control de dinámica longitudinal. | 43        |
| 5.2      | Ensayo de control de dinámica lateral.      | 47        |
| 5.3      | Ensayo en carretera.                        | 53        |
| <b>6</b> | <b>Conclusiones y futuros trabajos</b>      | <b>61</b> |
|          | <i>Índice de Figuras</i>                    | 63        |
|          | <i>Índice de Tablas</i>                     | 65        |
|          | <i>Bibliografía</i>                         | 67        |

# Acrónimos

---

|              |                                     |
|--------------|-------------------------------------|
| <b>ADA</b>   | Anytime Dynamic A*                  |
| <b>ARA</b>   | Anytime Repairing A*                |
| <b>BMS</b>   | Battery Management System           |
| <b>DMC</b>   | Dynamic Matrix Control              |
| <b>GPC</b>   | Generalized Predictive Control      |
| <b>IMU</b>   | Inertial Measurement Unit           |
| <b>LIDAR</b> | Laser Imaging Detection And Ranging |
| <b>LPV</b>   | Linear Parameters Varying           |
| <b>MAE</b>   | Mean Absolute Error                 |
| <b>MIMO</b>  | Multiple Inputs Multiple Outputs    |
| <b>MPC</b>   | Model Predictive Control            |
| <b>PRM</b>   | Probabilistic Roadmap Method        |
| <b>RADAR</b> | Radio Detection And Ranging         |
| <b>RRT</b>   | Rapidly Random Trees                |
| <b>TFM</b>   | Trabajo Fin de Máster               |
| <b>TVC</b>   | Torque Vectoring Control            |





## Notación

---

|            |  |          |
|------------|--|----------|
| $\alpha$   | Ángulo de deslizamiento de la rueda.                             | $rad$    |
| $\beta$    | Ángulo de deslizamiento lateral del vehículo.                    | $rad$    |
| $\delta$   | Ángulo de giro de las ruedas.                                    | $rad$    |
| $\kappa$   | Curvatura de la trayectoria.                                     | $m^{-1}$ |
| $\mu_i$    | Coeficiente de rozamiento $i$ .                                  | -        |
| $\rho_a$   | Densidad del aire.   | $kg/m^3$ |
| $\omega$   | Velocidad angular de la rueda.                                   | $rad/s$  |
| $a$        | Aceleración.   | $m/s^2$  |
| $C_\alpha$ | Coeficiente de rigidez al giro.                                  | -        |
| $C_{ax}$   | Coeficiente de resistencia aerodinámica.                         | -        |
| $c_i$      | Constante del modelo de rueda de Burckhardt ( $i = \{1,2,3\}$ ). | -        |
| $F_i$      | Fuerza.  | $N$      |
| $f$        | Coeficiente de rodadura.   | -        |
| $g$        | Aceleración de la gravedad.                                      | $m/s^2$  |
| $I_y$      | Momento de inercia de las ruedas.                                | $kgm^2$  |
| $I_z$      | Momento de inercia del vehículo alrededor del eje Z.             | $kgm^2$  |
| $k$        | Coeficiente experimental para modelo a baja velocidad.           | $Ns/m$   |
| $l_i$      | Distancia entre el centro de gravedad y el eje $i$ .             | $m$      |
| $m$        | Masa del vehículo  | $kg$     |
| $M_z$      | Momento corrector de velocidad angular.                          | $Nm$     |
| $r_{wi}$   | Radio de la rueda $i$ .  | $m$      |
| $S$        | Área frontal del vehículo.                                       | $m^2$    |
| $s_i$      | Deslizamiento en la componente $i$ .                             | -        |
| $t_i$      | Anchura del eje $i$ .  | $m$      |
| $T_{wij}$  | Par motor a la rueda $ij$ .                                      | $Nm$     |
| $u$        | Señal de control.  | -        |
| $v_i$      | Velocidad.   | $m/s$    |
| $w$        | Vector de consignas.   | -        |
| $x$        | Coordenada X de la posición.                                     | $m$      |

|          |                                |          |
|----------|--------------------------------|----------|
|          | Vector de estados.             | —        |
| <i>X</i> | Coordenada X globales          | <i>m</i> |
| <i>y</i> | Coordenada Y de la posición.   | <i>m</i> |
|          | Vector de variables de salida. | —        |
| <i>Y</i> | Coordenada Y globales          | <i>m</i> |

#### Subíndices

|             |   |
|-------------|---|
| <i>aero</i> | Referido a una fuerza, resistencia aerodinámica.  |
| <i>roll</i> | Referido a una fuerza, resistencia a la rodadura. |
| <i>z</i>    | Referido a una fuerza, carga vertical.            |
| <i>ref</i>  | Valor de referencia de una variable.              |
| <i>goal</i> | Valor objetivo de una variable.                   |
| <i>x</i>    | Referido al eje longitudinal.                     |
| <i>y</i>    | Referido al eje transversal.                      |
| <i>w</i>    | Referido a la rueda.                              |
| <i>L</i>    | Longitudinal.                                     |
| <i>S</i>    | Lateral.  |
| <i>f</i>    | Referido al eje frontal.                          |
| <i>r</i>    | Referido al eje trasero.                          |
|             | Referido a derecha.                               |
| <i>l</i>    | Referido a izquierda.                             |

# 1 Introducción

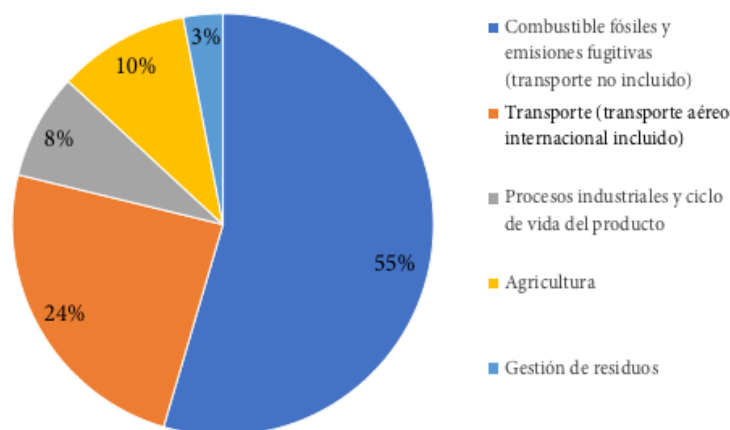
---

## 1.1 Motivación

El número de vehículos en nuestras carreteras sigue aumentando progresivamente. Concretamente, en Europa se ha contabilizado un incremento del 5.7% en el número de vehículos de pasajeros a lo largo de los últimos cinco años, con una flota total que ha evolucionado desde los 243 millones hasta los 257 millones de vehículos. Este crecimiento va acorde con las necesidades de transporte mundiales, que incluyen no solo transporte de personas, sino también de mercancías. Son, de hecho, los vehículos comerciales los que tienen un mayor peso en la flota española, que es la segunda más importante después de la francesa [2].

Este constante aumento en las flotas mundiales va acompañado de ciertos fenómenos que cada día son más frecuentes en nuestras vidas. En primer lugar, la mala calidad del aire debido a las emisiones de gases, como  $\text{CO}_2$  o los  $\text{NO}_x$ , que además participan en el efecto invernadero. En la figura 1.1, se puede comprender rápidamente el peso que tiene el sector del transporte, abarcando un total del 24% de estas emisiones en la zona euro durante el año 2016 [1]. Lamentablemente, tan solo un 3.4% de la flota europea de vehículo de pasajeros están propulsados por energías alternativas a los combustibles fósiles [2]. En segundo lugar, otro aspecto relevante es la congestión debida al tráfico en ciudades, íntimamente ligado con el tiempo que pasan los usuarios en sus vehículos. En España, por ejemplo, el tiempo medio en nuestros vehículos se eleva a una hora y media diaria, es decir, alrededor de veinte días de nuestro tiempo a lo largo del año [16]. Y, por último, no se puede obviar el gran problema del sector automovilístico actual, y es que los accidentes de tráfico son la principal causa de mortalidad entre jóvenes menores de 30 años [10] y millones de muertes anuales en todo el mundo. Se muestra aquí la relevancia del sector del automóvil en nuestras vidas y el trabajo que aún queda por hacer.

En paralelo a estas tendencias, se desarrollan una serie demandas por parte de los usuarios a la industria del automóvil: transporte seguro y confortable, con soporte a la conducción y de impacto mínimo sobre el medio ambiente. Diferentes tecnologías se han desarrollado durante los últimos años para dar respuesta a estas demandas. Desde su concepción, los vehículos han ido obteniendo más y más grado de autonomía en su operación. Desde simple asistencia en la conducción, como el control de velocidad implementado en la década de los 70 o los sistema antibloqueo de frenos en la década



**Figura 1.1** Emisiones de gases de efecto invernadero según sector en los países EU-28 para el año 2016. Fuente: [1].

de los 90 hasta el máximo grado de automatización posible, como los actuales coches autónomos que ya circulan en carreteras estadounidenses. Y es que, incluir sistemas de control en nuestros vehículos los convierte en alternativas mucho más seguras, fiables y eficientes.

En este contexto, donde los vehículos eléctricos, como alternativa a los vehículos diesel o gasolina, y autónomos, como alternativa segura con capacidad de disminuir los errores por negligencia y facilitar la movilidad a la sociedad, incluyendo colectivos más sensibles como niños o personas con discapacidad. Esta industria ya ha emergido y está al alza y en los próximos años ocuparán un espacio importante en nuestras vidas. De hecho, los esfuerzos tanto académicos como industriales en este sector se traducen en prototipos reales. Un ejemplo son las propuestas a los retos DARPA<sup>1</sup>, centrados en vehículos autónomos entre los años 2004 y 2007. Una de las propuestas vencedoras durante estas competiciones se detalla en [9], representando a Standfort University. Otros esfuerzos, esta vez por parte de la industria, son el Autopilot de Tesla<sup>2</sup> o Waymo<sup>3</sup>, el vehículo autónomo de Google, con el cual quiere abrirse paso en la industria automovilística.

Con esta motivación, el vehículo denominado FOX, propiedad de la Universidad de Sevilla, se convierte en un perfecto banco de pruebas donde implementar las últimas novedades del sector. Actualmente, el FOX es un vehículo con un nivel de automatización parcial y requiere de un conductor al mando de su control. Sin embargo, en este trabajo fin de máster, se desea proponer una evolución del vehículo hacia un nivel de automatización completa, desarrollando una arquitectura del control que permita transformarlo en un vehículo autónomo capaz de analizar el entorno, planificar sus rutas y realizarlas de la manera más eficiente y segura posible.

<sup>1</sup> Véase <https://www.darpa.mil>

<sup>2</sup> Véase <https://www.tesla.com/>

<sup>3</sup> Véase <https://waymo.com>

## 1.2 Objetivos

Como se ha comentado en la sección 1.1, los vehículos autónomos ocuparán un lugar importante en el transporte de personas y mercancías en un futuro no muy lejano. Por este motivo, en este trabajo fin de máster (TFM) se pretende proponer y validar una arquitectura de control en el vehículo FOX, de manera que este posea el máximo nivel de automatización posible, pudiendo actuar de forma autónoma.

En base a este objetivo general, se pueden mencionar los siguientes subobjetivos que se pretenden alcanzar tras la finalización de este trabajo.

- Definición de una arquitectura de control en tres niveles: (i) capa superior para planificación del movimiento; (ii) capa intermedia de control para seguimiento de trayectorias; y (iii) capa inferior de control de actuadores. Este trabajo se centrará en (i) y (ii).
- Desarrollo de un módulo de planificación del movimiento y generación de referencias.
- Desarrollo de un módulo de control basado en control predictivo (MPC) para las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo.
- Integración de la arquitectura propuesta para simulación con el modelo en Matlab - SimMechanics del vehículo FOX.
- Análisis de escenarios y validación de la arquitectura propuesta.



## 2 Vehículo de competición FOX

---

### 2.1 Descripción del vehículo

**F**OX es un vehículo eléctrico construido como plataforma de pruebas para testar sistemas de gestión de potencia y distribución de par de la Universidad de Sevilla. Este vehículo está diseñado sobre el chasis S2 para vehículos de competición fabricado por Silver Cars, figura 2.1. Se le han añadido ligeras modificaciones para la introducción de sistemas adicionales, como baterías, asiento para copiloto, etc. Se ha convertido, además, en un vehículo eléctrico con tracción en las cuatro ruedas y dirección en las dos ruedas delanteras. Cada rueda posee un motor eléctrico sin escobillas alimentadas a través de las baterías.



**Figura 2.1** Vehículo FOX. Fuente: [14].

A continuación se desglosan los principales componentes del vehículo y se describen de forma breve. Para más información, se remite al lector a la tesis doctoral de [14]

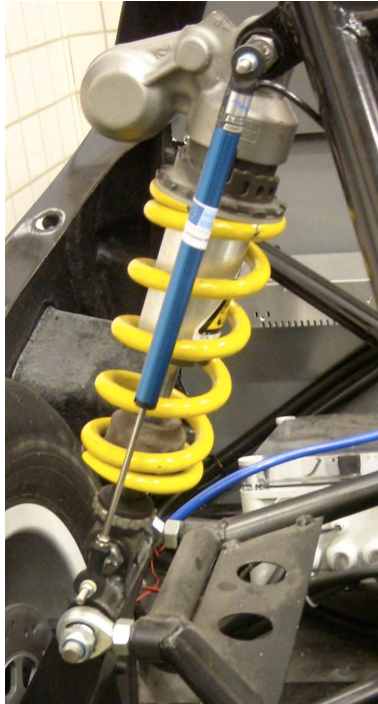
- **Motores.** Los motores de cada rueda se basan en la tecnología sin escobillas (brushless) y poseen 7 kW de potencia. La rueda está acoplada directamente al motor, como se muestra en la figura 4.8. Cada par de motores está conectada a un convertidor, alimentado por las baterías. Este tipo de motores, pese a suponer un coste inicial elevado, se caracterizan por un buen rendimiento y vida útil [25].



**Figura 2.2** Motor en ruedas del vehículo FOX: a) motor, b) neumático acoplado al motor. Fuente: [14].

- **Baterías.** El principal sustento de energía se realiza a través de seis paquetes de baterías LiFeMnPO<sub>4</sub> 12.8 V-100 Ah con cuatro celdas y conectadas en serie [25]. Este tipo de baterías son de iones de litio y su elemento catódico el fosfato de hierro y de manganeso, por tanto, tiene una alta densidad de carga, esto es, son poco pesadas, tienen un buen comportamiento con la temperatura y un ciclo de vida adecuado. El conjunto de baterías es controlado a través de un sistema de gestión de batería (BMS).
- **Sensores.** En el vehículo hay instalados multitud de sensores utilizados principalmente para modelar y validar la dinámica del vehículo, así como aquellos necesarios para estimar el estado del vehículo. A destacar en este aspecto, se posee una unidad de medición inercial (IMU) que permite medir velocidades y aceleraciones angulares en los tres ejes e incorpora un GPS que permite estimar la posición, también se incorporan sensores de posición en la suspensión para estimar las fuerzas verticales, véase su instalación en la figura 2.3. Además, el vehículo incorpora la tecnología *drive-by-wire*, por lo que se han instalado los sensores necesarios para conocer las órdenes de un conductor. Concretamente, se conoce la señal del acelerador a través de un sensor de presión de 0-5 V, y del freno a través de un potenciómetro de resistencia 10k $\Omega$ . Cabe destacar que el freno también tiene la opción de activarse de forma convencional.





**Figura 2.3** Sensor de posición instalado en la suspensión. Fuente: [14].

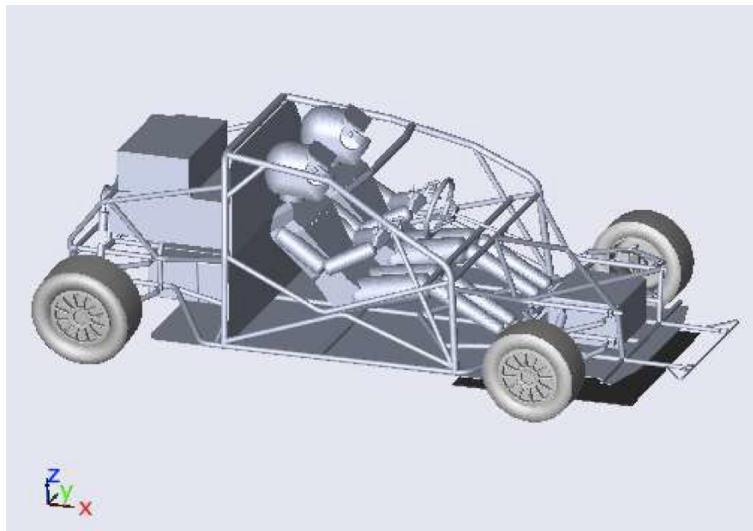
## 2.2 Entorno de simulación

Dado que en el momento actual el FOX no posee la tecnología para convertirlo en un vehículo autónomo, las aportaciones de este TFM se validarán, como etapa previa, en el entorno Matlab/Simulink, haciendo uso del modelo del FOX disponible, implementado con SimMechanics, *toolbox* de Matlab enfocado al modelado de sistemas mecánicos, y desarrollado como parte de la tesis doctoral de David Marcos [14].

Durante la tesis mencionada, se desarrolló un modelo CAD del vehículo en SolidWorks, con dos objetivos fundamentales: (i) diseñar y validar la incorporación de nuevos elementos al vehículo previa integración real, (ii) importar el modelo a los software de simulación de sistemas dinámicos ADAMS y Matlab/SimMechanics para el desarrollo de una plataforma de pruebas. Se remite al lector a la tesis doctoral mencionada [14] para encontrar más información.

Una vez se importa el modelo a SimMechanics, todos los elementos se traducen a cuerpos y articulaciones. Cada cuerpo es una parte del vehículo y está caracterizado a través de un modelo matemático dependiente de su masa, elipsoide de inercia, centro de gravedad y orientación. Una articulación representa la unión entre dos cuerpos y de ellas dependen los grados de libertad entre los cuerpos, según sean planar, rotativa, lineal, etc. En SimMechanics también se dispone de otros dos grupos de elementos: sensores y actuadores. Estos se conectan directamente a los cuerpos y nos permiten capturar o enviar señales al modelo y constituyen una interfaz para interactuar con el modelo mecánico. Por ejemplo, los sensores permiten medir parámetros del sistema, como velocidades, pares, fuerzas, etc; los actuadores permiten aplicar determinada fuerza o par sobre un cuerpo del sistema.

La ventaja de SimMechanics radica en su capacidad de implementar todas ecuaciones dinámicas del sistema, de forma que se ahorra tiempo en el modelado del sistema además de prevenir errores. Además, permite cambiar algunos elementos del sistema o importar un nuevo modelo CAD reseteando automáticamente las ecuaciones y modificando únicamente aquellas impactadas por los cambios. Esto permite sucesivas interacciones en la creación de modelos, sin repercutir en un trabajo adicional. Sin embargo, SimMechanics posee algunas limitaciones, como el modelado de la interacción entre vehículo y carretera, ya que no se recoge como tal en el sistema y es necesario implementar un modelo equivalente. En general, pese a la existencia de otras plataformas más precisas, como ADAMS, la versatilidad, facilidad y funcionalidades, gracias a su interacción con Matlab, que aporta el modelo en SimMechanics justifican su uso [14].

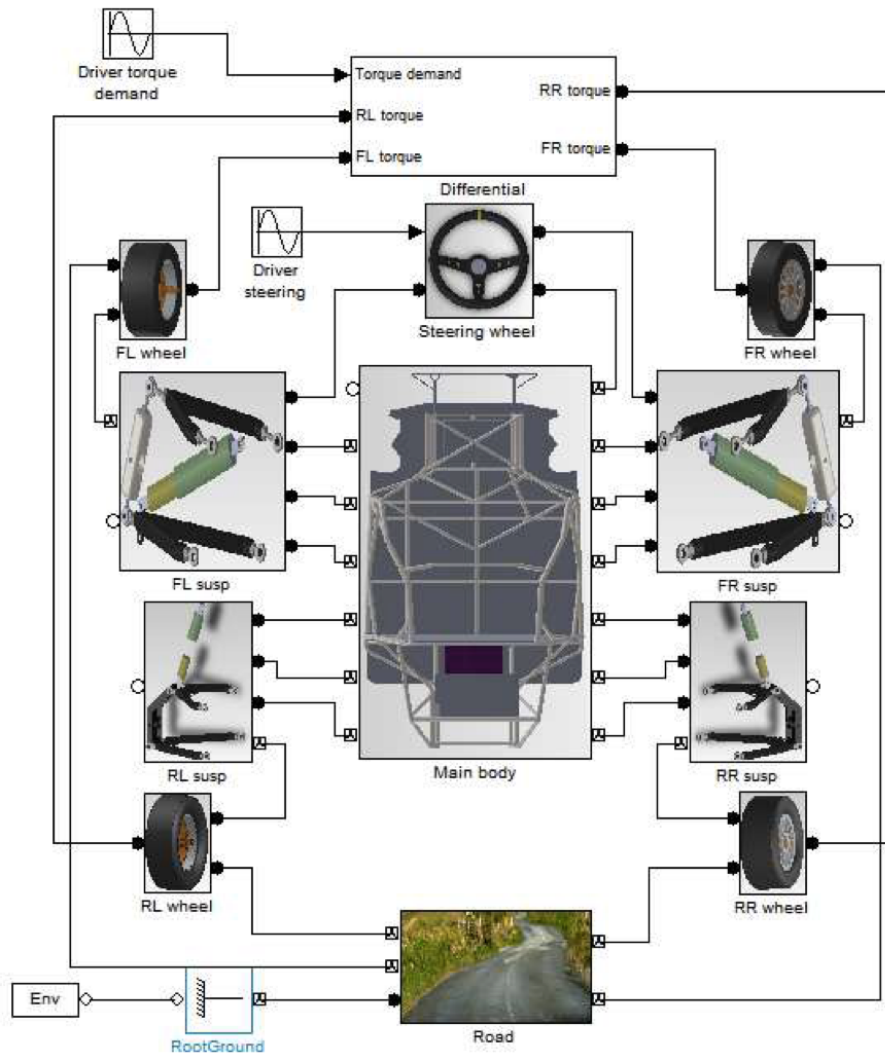


**Figura 2.4** Representación 3D del vehículo en SimMechanics. Fuente: [14].

### 2.2.1 Modelo del vehículo en SimMechanics

En concreto, el modelo del vehículo FOX en SimMechanics posee un total de 35 cuerpos y 38 articulaciones. En las figuras 2.4 y 2.5 se representan el modelo en SimMechanics tanto en 3D como en diagrama de bloques simplificado. Este modelo se ha desarrollado bajo las siguientes hipótesis y simplificaciones [14]:

- Todas las partes que componen el vehículo se consideran cuerpos rígidos, incluidas las ruedas y ocupantes.
- Los ocupantes se consideran fijos al chasis.
- La fuerza entre superficie y rueda se considera aplicada en el punto más bajo de la rueda.
- El vehículo siempre se mueve sobre una superficie plana.
- La fricción del aire solo se considera en la dirección longitudinal, es decir, en la dirección del movimiento del vehículo.



**Figura 2.5** Esquema de bloques simplificado para el modelo del FOX en SimMechanics.  
Fuente: [14].

## 2.3 Dinámica del vehículo

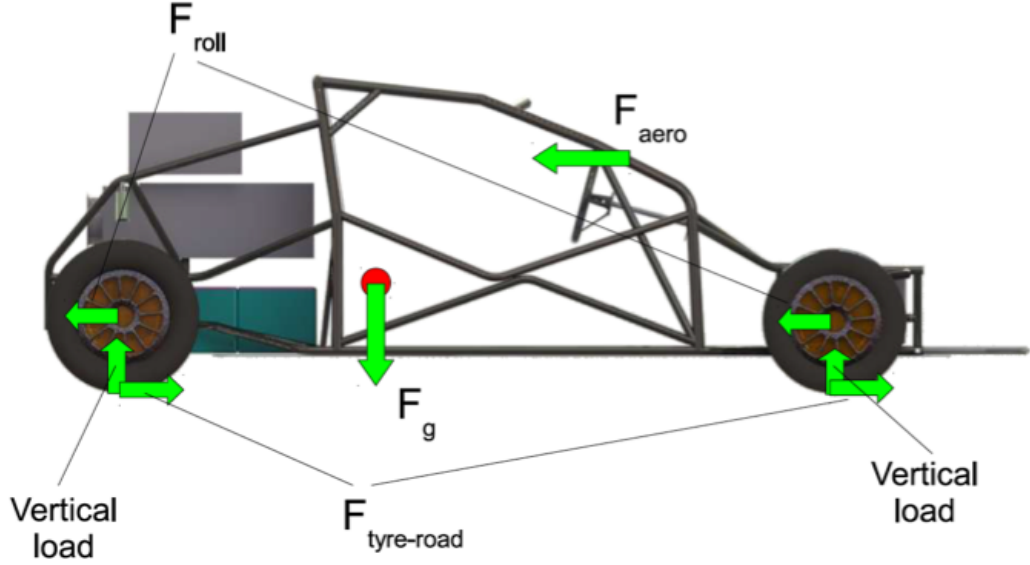
A continuación, se quiere introducir al lector brevemente a los fundamentos de la dinámica presente en los vehículos y en los que se basa el modelo en SimMechanics del FOX.

### 2.3.1 Fuerzas externas

En la figura 2.6, se representa el esquema de fuerzas externas que se consideran presentes en el vehículo. A continuación, se enumeran de forma breve:

- **Fuerza de la gravedad:** se ha modelado como una fuerza vertical negativa aplicada al centro de masas del vehículo.

$$F_g = -mg \quad (2.1)$$



**Figura 2.6** Representación del diagrama de fuerzas sobre el FOX. Fuente: [14].

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$ , y  $m$  es la masa del vehículo.

- **Carga vertical:** es una fuerza aplicada a las ruedas y se origina en la reacción de la superficie a la fuerza perpendicular a las ruedas.
- **Resistencia a la rodadura:** es una fuerza originada por los efectos no elásticos que se producen durante el giro de la rueda sobre la superficie. Esta fuerza se destina a deformar el neumático, pero parte de la energía se pierde por histéresis al cesar la deformación.

$$F_{roll} = f_{roll} F_z \quad (2.2)$$

donde  $f_{roll}$  es el coeficiente de rodadura y  $F_z$  es la fuerza normal.

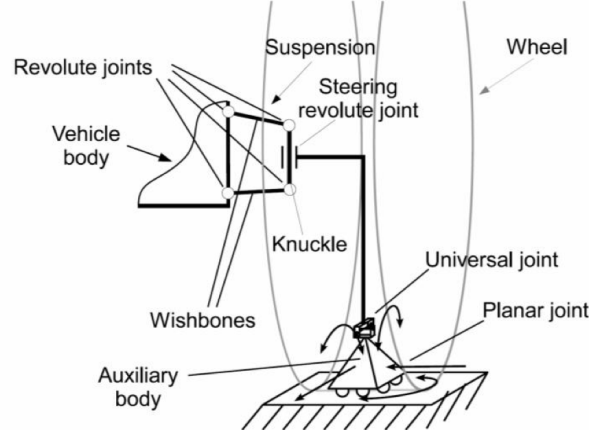
- **Fuerza de rozamiento neumático-carretera:** esta fuerza es aplicada al neumático y se opone al su movimiento lineal. En este caso, se calcula de acuerdo al modelo Burckhardt, en base a los coeficientes de rozamiento lateral y longitudinal. Este tema se retoma con mayor profundidad en la sección 2.3.2.
- **Resistencia aerodinámica:** es la fuerza originada por el desplazamiento de aire que origina el vehículo en su movimiento, esta fuerza se modela en base a la ecuación 2.3.

$$F_{aero} = \frac{1}{2} C_{ax} S \rho_a v_x^2 \quad (2.3)$$

donde  $C_{ax}$  es el coeficiente de resistencia aerodinámica,  $S$  es el área frontal del vehículo,  $\rho_a$  es la densidad del aire y  $v_x$  es la velocidad longitudinal del vehículo. Cabe destacar que se ha simplificado este modelo considerando la velocidad del viento en la dirección longitudinal nula.

### 2.3.2 Modelo de la rueda

El modelado de la rueda supone un problema en SimMechanics, donde los cuerpos se consideran rígidos y no se dispone de una interfaz para modelar la interacción neumático - carretera. Por este motivo, para el modelo en SimMechanics se ha implementado un modelo basado en los principios recogidos en la figura 2.7.



**Figura 2.7** Esquema del modelo de la rueda implementado en SimMechanics. Fuente: [14].

Como se indica en la figura 2.7, se ha substituido la rueda por una barra unida a un cuerpo auxiliar mediante una junta universal en su parte inferior. La carretera se une a este cuerpo mediante una junta planar, simulando el punto inferior de una rueda. Por tanto, las fuerzas que se generan de la interacción neumático - carretera se aplicarán en este cuerpo auxiliar. Como se ha comentado en la sección 2.3.1, es necesario introducir un modelo de la rueda para el cálculo de las fuerzas de rozamiento generadas durante el movimiento. En la literatura, existen multitud de modelos matemáticos basados tanto en principios físicos como empíricos. En este caso, se hará uso de un modelo empírico. El más conocido y eficaz es la forma mágica de Pacejka, sin embargo su implementación es costosa debido al gran número de variables a considerar que necesita. Por este motivo, se ha utilizado el modelo de Burckhardt [6] que reduce considerablemente el coste de implementación, manteniendo una precisión aceptable.

De acuerdo al modelo de Burckhardt, la fuerza que se aplica a los neumáticos depende de la carga vertical, esto es, la fuerza normal - calculada por SimMechanics - y los coeficientes de rozamiento longitudinal,  $\mu_L$ , y lateral,  $\mu_S$ , que dependen del deslizamiento. El deslizamiento longitudinal se define como la diferencia entre la componente longitudinal de la velocidad y la velocidad lineal de la rueda dividido por la mayor de estas magnitudes, ecuación 2.4. El deslizamiento lateral se define de forma similar, pero se asumen ciertas simplificaciones en el caso del frenado, ecuación 2.5. Ambos toman valores entre 0 y 1.

$$s_L = \begin{cases} \frac{v \cos \alpha - v_w}{v_w} & \text{si } v_w \geq v \cos \alpha \text{ (conducción)} \\ \frac{v \cos \alpha - v_w}{v \cos \alpha} & \text{si } v_w < v \cos \alpha \text{ (frenado)} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$s_S = \begin{cases} \frac{v \sin \alpha}{v_w} & \text{si } v_w \geq v \cos \alpha \text{ (conducción)} \\ \tan \alpha & \text{si } v_w < v \cos \alpha \text{ (frenado)} \end{cases} \quad (2.5)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de deslizamiento de la rueda,  $v$  es la velocidad del vehículo y  $v_w$  es la velocidad lineal de la rueda.

Los coeficientes de rozamiento longitudinal y lateral se definen según las ecuaciones 2.6 y 2.7, respectivamente.

$$\mu_L = \mu_{Res} \frac{s_L}{s_{Res}} \quad (2.6)$$

$$\mu_S = \mu_{Res} \frac{s_S}{s_{Res}} \quad (2.7)$$

donde

$$s_{Res} = \sqrt{s_L^2 + s_S^2} \quad (2.8)$$

$$\mu_{Res} = c_1(1 - e^{-c_2 s_{Res}}) - c_3 s_{Res} \quad (2.9)$$

donde los parámetros  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  dependen del tipo de carretera (asfalto, tierra, nieve, etc.) y de sus condiciones (seca, mojada). [12] recogen más información sobre estos coeficientes.

Por tanto, las fuerzas longitudinales y laterales en las ruedas se pueden expresar según las ecuaciones 2.10 y 2.11.

$$F_L = \mu_L F_z \quad (2.10)$$

$$F_S = \mu_S F_z \quad (2.11)$$

Sin embargo, este modelo presenta una limitación en el cálculo de las ecuaciones 2.4 y 2.5, pues cuando la velocidad sea cercana a cero, el denominador será nulo y el valor resultante no será válido. Para solventar esta limitación, se introduce un modelo adicional para bajas velocidades (inferiores a 0.2 m/s), recogido en las ecuaciones 2.12 y 2.13.

$$F_L = k_L(v - v_w \cos \alpha) \quad (2.12)$$

$$F_S = k_S v_w \sin \alpha \quad (2.13)$$

donde  $k_L$  y  $k_S$  son coeficientes obtenidos experimentalmente para el FOX [14].

## 3 Planificación y seguimiento de trayectorias en vehículos autónomos

---

El objetivo principal de este TFM es establecer una arquitectura de control para el vehículo FOX que permita su operación de forma completamente autónoma. Para ello, es necesario desarrollar una capa de planificación de trayectorias y una capa de seguimiento de las mismas. En este capítulo se introducen al lector los principales métodos de planificación y seguimiento de trayectorias, así como las principales tendencias según el estado del arte.

### 3.1 Planificación de trayectorias

La conducción es una tarea íntimamente ligada a la toma de decisiones: qué ruta seguir, qué desvío tomar, qué velocidad llevar, qué distancia mantener con el resto de vehículos, si adelantar o qué carril es más adecuado y un largo etcétera. Todas estas cuestiones implican una toma de decisiones constante, en apenas unas décimas de segundo, y nunca tendrán una única respuesta, pues dependen de la experiencia y preferencia del conductor.

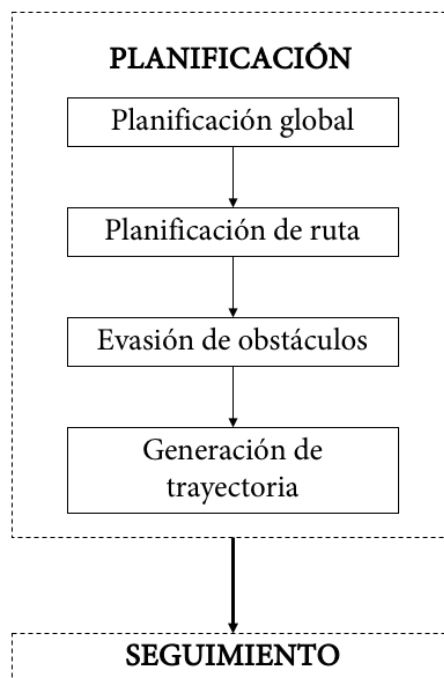
En el problema de planificación de trayectorias, el principal objetivo es trazar una ruta desde el punto A, fuente, al punto B, objetivo. Esta tarea conlleva la toma de decisiones a nivel global, pero también particular, dando la secuencia de acciones que llevará al vehículo hasta el punto objetivo [11].

Cómo se resuelven este tipo de problemas depende fundamentalmente del tipo de entorno al cual nos enfrentamos. En este contexto, el entorno se puede definir como estático, si no cambia en cada instante de tiempo, o dinámico, si cambia constantemente. El entorno puede definirse también como determinístico, si cada vez que el sistema recibe una misma entrada, tiene la misma respuesta o salida, o estocástico, si sus salidas tienen cierta incertidumbre y dependen de factores que escapan al control. Es discreto cuando sólo se tienen un número determinado de configuraciones mientras que es continuo cuando tiene infinitas configuraciones posibles. Es completamente observable si se dispone de toda la información necesaria para la toma de decisiones, en cambio es parcialmente observable si no se dispone de dicha información. Es episódico si la decisión actual no depende de decisiones pasadas o futuras, es secuencial si la mejor decisión es aquella que se toma en

determinado orden. Por último, el entorno puede ser monoagente o multiagente si hay una única entidad bajo control en él o si, por el contrario, hay multitud de entidades que actúan de forma simultánea en él [11].

Aunque lo idóneo al resolver un problema navegación pueda ser considerar que el entorno es dinámico, estocástico, continuo, parcialmente observable, secuencial y multiagente, realizar ciertas hipótesis sobre el mismo permite simplificar el problema y encontrar algoritmos eficientes para lidiar con este tipo de problemas. Determinar cómo es nuestro entorno y el algoritmo más adecuado es uno de los mayores retos en la planificación de trayectorias.

Una de las tácticas principales para simplificar y resolver más eficientemente estos problemas se basa en la abstracción. La creación de una arquitectura de control con diferentes capas interconectadas permite resolver el problema de forma secuencial e ir afinando en la solución en las capas más bajas. En la figura 3.1, se resumen las principales capas que se pueden identificar en un problema de planificación. En primer lugar, la planificación global es la que decide cuál es el objetivo, posteriormente durante la planificación de la ruta se decide cómo se va a llegar al destino. La capa de evasión de obstáculos se encarga de decidir cómo evitar los obstáculos que se interponen en el camino, si adelantar, y demás decisiones relacionadas. Por último, la capa de generación de trayectoria aporta una trayectoria suave y factible a la capa de seguimiento. En este TFM se hará hincapié en la capa de planificación de ruta y generación de trayectoria.



**Figura 3.1** Descomposición jerárquica para un problema de planificación.



### 3.1.1 Algoritmos de planificación

El principal objetivo de un algoritmo de planificación será llegar a un punto a través de una ruta que cumpla determinados subobjetivos. Estos subobjetivos se pueden resumir en los siguientes: (i) que sea la ruta más rápida, normalmente minimizando el tiempo o la distancia recorridas; (ii) que sea suave, es decir, que la trayectoria no presente elevadas curvaturas a lo largo de ella, lo cual facilita el control y poder mantener velocidades más elevadas; (iii) que mantenga cierta distancia respecto de los obstáculos, generalmente para garantizar la seguridad; (iv) que sea cómoda para los pasajeros, evitando sacudidas o elevadas aceleraciones; (v) que sea eficiente energéticamente, lo cual se suele abordar a través de la suavidad en la curvatura [11]. El resultado es una trayectoria libre de obstáculos y factible tanto dinámica como cinemáticamente que cumple en mayor o menor medida alguno de los objetivos descritos.

Es interesante apuntar las dos propiedades principales que definen un algoritmo de optimización: optimalidad, capacidad de proponer la mejor solución según determinada función de objetivo y cumpliendo determinadas restricciones, y completitud, capacidad de dar una solución factible en un espacio finito de tiempo [11]. En situación ideal, se tendería a usar algoritmos óptimos y completos, sin embargo el coste computacional asociado los hacen inviables para diversas aplicaciones, como el control a tiempo real en vehículos autónomos. El tipo de simplificación del entorno y el grado de incertidumbre que se pueda asumir determinarán qué algoritmo se adapta mejor al problema.

Un problema de planificación de ruta es aquel que busca encontrar una ruta  $\sigma(\alpha) : [0,1] \rightarrow \chi$ , sea  $\chi$  el espacio de configuración del robot, comenzando en la configuración inicial y alcanzando el objetivo a la vez que satisface ciertas restricciones. El problema de ruta óptima se puede formular según la ecuación 3.1 [15].

$$\begin{aligned}
 & \min_{\sigma \in \Sigma(\chi)} J(\sigma) \\
 & \text{s.a } \sigma(0) = x_s, \sigma(1) \in X_{goal}, \\
 & \sigma(\alpha) \in \chi_{free} \\
 & D(\sigma(\alpha), \sigma'(\alpha), \sigma''(\alpha)...) \quad \alpha = 0 \dots 1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde la configuración inicial del vehículo  $x_s \in \chi$ , así como la configuración en el objetivo  $X_{goal} \subseteq \chi$ . Todas las posibles configuraciones a lo largo de la ruta están contenidas en el espacio de configuración  $\chi_{free}$ .  $D(\sigma(\alpha), \sigma'(\alpha), \sigma''(\alpha)...) \dots$  recoge las restricciones diferenciales utilizadas para imponer cierta suavidad a la curva.

Este tipo de problemas se han estudiado con profundidad y su complejidad ha sido establecida como tipo NP-completo, es decir, ningún algoritmo resolverá el problema en un tiempo polinómico [15].

Por este motivo, se han desarrollado algoritmos basados en métodos numéricos que dan una solución posible, en algunos casos, convergiendo a la solución óptima. Estos algoritmos se pueden clasificar en los siguientes grupos.

**Métodos variacionales** Se representa la ruta como una función parametrizada por el vector finito. La ruta óptima se busca aplicando métodos de optimización no lineal continua sobre el vector. Tienen una rápida convergencia a óptimos locales, pero solo convergen en el óptimo global con una solución inicial apropiada.

**Métodos basados en grafos** Estos métodos en primer lugar discretizan el espacio de configuración, donde se representa un conjunto finito de configuraciones posibles y las transiciones entre ellas. Una de las metodologías para construir un mapa discretizado son las hojas de ruta probabilísticas, PRM (*Probabilistic Roadmap*), y su variante PRM\*. En la figura 3.2, se puede ver un ejemplo de un PRM construido en Matlab y el camino óptimo seleccionado. La ruta se halla minimizando la distancia recorrida en el grafo. Este tipo de métodos tienen una alta convergencia a mínimos globales, sin embargo tienen la limitación de únicamente estudiar un espacio discretizado, lo cual puede resultar en una ruta real más extensa de lo previsto.

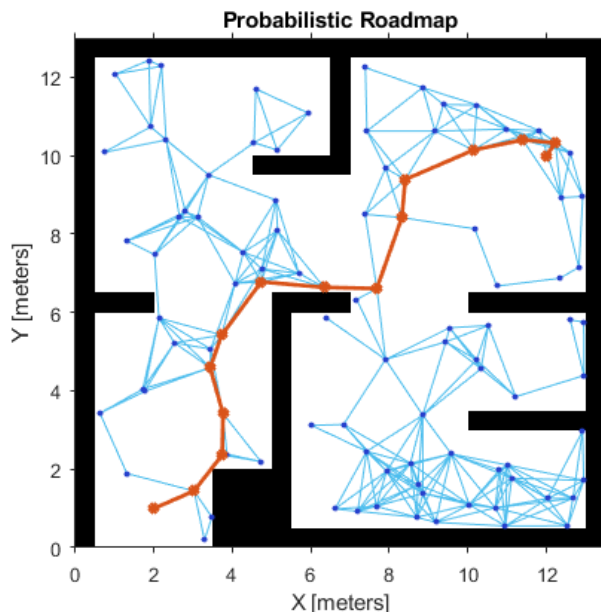
Dentro de estos algoritmos, el más conocido es el algoritmo de Dijkstra, que a partir de la mejor primera búsqueda construye un árbol de las rutas más cortas desde un nodo dado al resto de nodos del espacio de configuración. A través de determinada heurística se selecciona la mejor ruta entre ellas.

Sin embargo, actualmente el más destacado es el algoritmo A\*. Cuando la heurística utilizada es admisible, esto es, nunca sobreestima el coste de moverse entre nodos, A\* es óptimo-eficiente, lo cual garantiza una solución óptima.

Otros algoritmos basados en grafos son la familia D, Focused D\*, D\* Lite, los cuales son algoritmos que permiten el funcionamiento a tiempo real, mediante una replanificación constante incluyendo los cambios del entorno y teniendo en cuenta la información de las búsquedas anteriores.

Otra variante son los algoritmos *anytime*, que convergen rápidamente a una solución no óptima y en cada iteración la mejoran. En teoría, en infinitas iteraciones, tienden a encontrar la solución óptima, es decir, su optimalidad y completitud mejoran con el tiempo [11]. Se les nombra así porque pueden dar una solución en cualquier instante de tiempo durante el proceso de optimización, por tanto su potencialidad radica en que aseguran una solución sea cual sea el tiempo disponible para localizarla. Entre ellos, encontramos el ARA\* (*Anytime Repairing A\**) o el ADA\* (*Anytime Dynamic A\**) [15].

**Métodos de búsqueda incremental** Estos algoritmos muestrean el espacio de configuración y construyen un grafo de nodos accesibles de forma incremental hasta llegar al nodo objetivo. Una vez se llega al nodo objetivo, se pueden construir las rutas hacia él e ir optimizando la distancia. La discretización del espacio se realiza sucesivamente con mayor resolución. Normalmente, el tiempo de ejecución de estos algoritmos puede ser infinito [15]. Los algoritmos más conocidos son la familia de RRT (*Rapidly-exploring random trees*).



**Figura 3.2** Ejemplo de discretización mediante el método PRM y camino seleccionado.  
Fuente: <https://es.mathworks.com>.

Como se puede comprobar, hay multitud de opciones que permiten resolver nuestro problema. De hecho, si se toma el reto DARPA como ejemplo, se pueden comprobar diferentes elecciones entre los mejores equipos. En concreto, en el DARPA *Urban Challenge*, el vehículo *Boss* presentado por Carnegie Mellon University utilizaba técnicas variacionales para la búsqueda de trayectorias locales y un algoritmo Anytime D\* junto con un espacio de configuración discretizado en una rejilla en 4D para aparcamientos [24]. El vehículo *Junior* de Standfort University utilizó un algoritmo A\* Híbrido y la construcción de un árbol de movimiento a través de la aplicación de un conjunto de maniobras [9]. De forma similar, el vehículo propuesto por Virginia Tech construía un grafo y aplicaba el algoritmo A\* [13]. Como último ejemplo, la propuesta del MIT se basaba en una variante del RRT llamado RRT en lazo cerrado con muestreo sesgado [3].

### 3.1.2 Introducción al algoritmo A\*

En este TFM, el algoritmo seleccionado ha sido el A\*. En el capítulo 4 se profundiza en esta decisión. En esta sección, se pretende introducir brevemente al lector a los fundamentos de este algoritmo.

En un espacio de configuración  $\chi$  previamente discretizado, el objetivo de A\* será buscar cuál es el siguiente nodo,  $n$ , comenzando desde el nodo inicial,  $S$ , tal que este minimice el coste, representada por la función  $f(n)$ , ecuación 3.2. Esta función representa el coste esperado de llegar al objetivo pasando por el nodo  $n$ . Para ello, se combinan dos costes:  $g(n)$ , representando la distancia hasta el nodo  $n$ , y  $h(n)$ , representando la distancia desde el nodo  $n$  hasta el nodo objetivo. El coste  $h(n)$  se calcula en base a una heurística específica al problema y debe ser admisible y consistente, es decir, cumplir

las desigualdades expresadas en 3.3 y 3.4 [11]. Algunos ejemplos de heurísticas son la distancia de Manhattan o la distancia euclídea.

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (3.2)$$

sea  $h(n)$  admisible y consistente:

$$h(n) \leq h \cdot (n) \quad \forall n \quad (3.3)$$

$$h(n) \leq h(n') + w(n, n') \quad (3.4)$$

Para saber qué nodos se han estudiado ya y cuáles se deben estudiar, se hace uso de dos colas: una de ellas, llamémosla *abierto*, es una cola con prioridad en base al coste  $f(n)$ , en la cual se recogen los nodos que aún no han sido estudiados; la segunda, llamémosla *cerrado*, recoge el conjunto de nodos que ya se han estudiado. Estas colas se mantienen actualizadas durante la ejecución del algoritmo.

En cada iteración, se selecciona el nodo con menor  $f(n)$  dentro de *abierto* y se comprueban cuáles son los nodos  $n'$  que se conectan a él mediante el arco  $\langle n, n' \rangle$  para estudiarlos. Cada arco supone un coste en distancia,  $w \langle n, n' \rangle$ , el cuál permitirá calcular el término  $g(n') = g(n) + w(n, n')$ . En base a la heurística  $h$  seleccionada, se calcula  $h(n')$ . Si el nodo  $n'$  no existe en *abierto*, se añade con prioridad  $f(n')$ , sin embargo, si el nodo existe sólo se añade si el nuevo coste mejora al anterior. Asimismo, se almacena cuál es el nodo precedente como  $\pi(n')$ . De esta forma, sólo se estudian los nodos que auguran un coste más bajo, siendo computacionalmente más eficiente. En la figura 3.3, se recoge el pseudocódigo de este algoritmo.

### 3.2 Seguimiento de trayectorias

El siguiente paso es el control de la dinámica del vehículo para el seguimiento de la trayectoria y la estabilidad del vehículo.

En el trabajo de [15], se comentan las principales estrategias de control aplicadas actualmente y que se describen a continuación. En primer lugar, se puede establecer una distinción en base al modelo del vehículo en el que se basan: (i) cinemático; (ii) dinámico.

Entre los controladores basados en el modelo cinemático, destacan: (i) pure pursuit, (ii) retroalimentación basada en la rueda trasera, (iii) retroalimentación basada en la rueda delantera, (iv) control de Lyapunov, (v) *feedback linearization*. Los algoritmos (i)-(iii) están enfocados para seguimiento de ruta, por lo que están basados en modelos sencillos y que tiene una baja exigencia en términos computacionales, mientras que el algoritmo (iv) lo están para seguimiento de trayectorias, esto es, controlan variables más allá de la posición, como la velocidad.

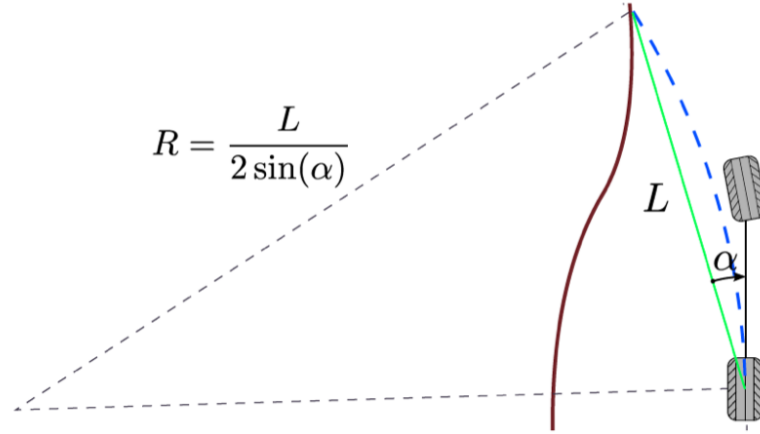
```

1:  $g(S) \leftarrow 0$ 
2:  $f(S) = g(S) + h(S)$ 
3:  $\pi(S) \leftarrow NULL$ 
4: abierto  $\leftarrow$  cola con prioridad vacía
5: cerrado  $\leftarrow$  conjunto de nodos
6: añadir S a abierto con prioridad  $f(S)$ 
7: while abierto no vacía do
8:    $n \leftarrow$  extraer nodo con menor prioridad
9:   cerrado  $\leftarrow$  cerrado + n
10:  if GoalTest(n) then
11:    break
12:  end if
13:  for all  $n': \exists \langle n, n' \rangle$  do
14:    if  $n' \notin$  abierto &  $n' \notin$  cerrado then
15:       $g(n') \leftarrow g(n) + w(n, n')$ 
16:       $f(n') \leftarrow g(n') + h(n')$ 
17:       $\pi(n') \leftarrow n$ 
18:      añadir  $n'$  a abierto con prioridad  $f(n')$ 
19:    else if  $n' \in$  abierto &  $g(n) + w(n, n') + h(n') < f(n')$  then
20:       $g(n') \leftarrow g(n) + w(n, n')$ 
21:       $f(n') \leftarrow g(n') + h(n')$ 
22:       $\pi(n') \leftarrow n$ 
23:      actualizar prioridad de  $n'$  a  $f(n')$ 
24:    end if
25:  end for
26: end while
27: if abierto no vacía then
28:   printPath(n)
29: else
30:   print "No existe la ruta"
31: end if

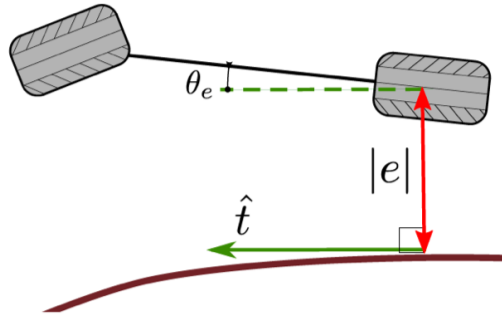
```

**Figura 3.3** Pseudocódigo para el algoritmo A\*. Fuente: [11].

1. **Pure pursuit:** se basa en ajustar un semicírculo que pase por la configuración actual del vehículo y un punto en la referencia por delante del vehículo por una distancia  $L$ , conocida como la distancia *lookahead*, a través del cálculo de la curvatura, véase la figura 3.4. Aunque en la sección 4.2.2 se retomará este tema más en profundidad, se remite al lector al manual de [8] para una descripción más detallada. Este algoritmo, aunque tiene unos principios muy simples, sigue siendo utilizado a día de hoy en el mundo de la robótica por su fácil implementación y su gran rendimiento. En [17], se utilizó como controlador cinemático para bajas velocidades, lidiando aguas abajo con una capa basada en control predictivo.
2. **Retroalimentación basada en la rueda trasera:** este enfoque utiliza la posición de la rueda trasera para estabilizar el seguimiento de la ruta. Se busca el punto más cercano en la ruta a la rueda trasera y se traza un vector tangente, que permite identificar el error lateral,  $e$  y el error en el rumbo,  $\theta_e$ . A partir del estudio de la evolución de estos error, teniendo en cuenta curvatura y ciertas ganancias, se obtiene una ley de control que da la velocidad angular, *yaw rate*. En la figura 3.5, se observa la geometría del método. Se remite al lector a [21] para una descripción más detallada.



**Figura 3.4** Geometría en la que se basa el controlador pure pursuit. Fuente: [15].

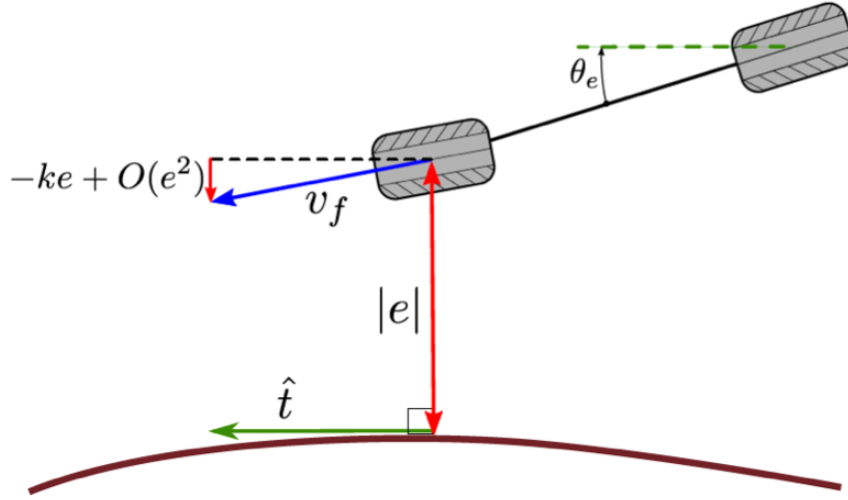


**Figura 3.5** Geometría en la que se basa el controlador de retroalimentación basada en la rueda trasera. Fuente: [15].

3. **Retroalimentación basada en la rueda delantera:** esta estrategia se basa en dirigir la rueda delantera hacia la ruta,  $\delta$ , de forma de la componente normal a la ruta de la velocidad de dicha rueda sea proporcional a la distancia al punto más cercano de la ruta,  $e$ . En la figura 3.6, se observa la geometría del método.
4. **Control de Lyapunov:** se basa en definir los errores de seguimiento,  $x_e$ ,  $y_e$  y  $\theta_e$  en base a un sistema de coordenadas fijo al vehículo. Como se ha mencionado anteriormente, permite el seguimiento de trayectorias de posición y velocidad. Las señales de control son  $v$  y  $\omega$ , que se expresan en base a los errores mencionados, sus referencias y determinadas ganancias  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ , como se expresa en la ecuación 3.5. La estabilidad de este enfoque está garantizado por la función de Lyapunov,  $V$ .

$$\begin{aligned} v_r &= v_{ref} \cos \theta_e + k_1 x_e \\ \omega &= \omega_{ref} + v_{ref} (k_2 y_e + k_3 \sin \theta_e) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Esta estrategia ha sido utilizada y adaptada a multitud de casos. Es interesante como en los trabajos de [4], se propone una estrategia basada en control de Lyapunov para el control de la dinámica longitudinal de un vehículo autónomo, en la que la ley de control calcula el par necesario para seguimiento de referencias de velocidad. En este caso, la dinámica lateral y longitudinal fueron desacopladas, por lo cual, los errores



**Figura 3.6** Geometría en la que se basa el controlador de retroalimentación basada en la rueda delantera. Fuente: [15].

de seguimiento en la posición se trataban a través de un control lateral basado en control predictivo con modelo no lineal.

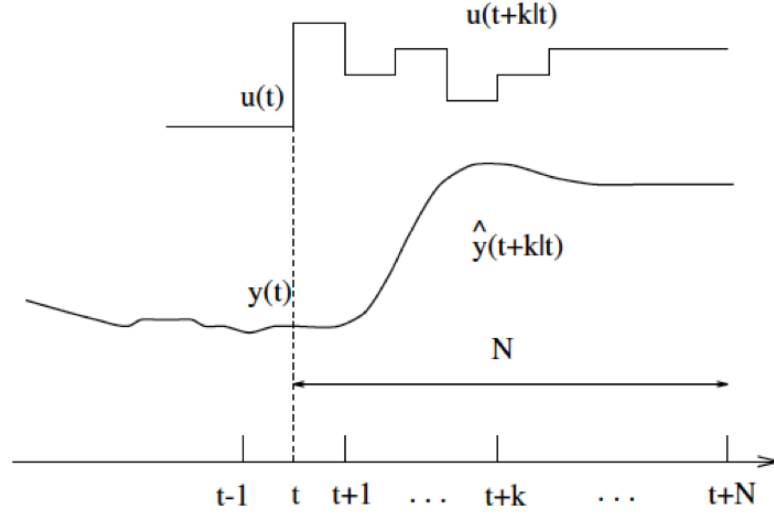
Por otra parte, entre las estrategias basadas en modelos dinámicos destacan dos: (i) el control predictivo, que constituye en sí una familia de estrategias de control, que trabajan con modelos lineales y no lineales, por tanto, se comentará en mayor profundidad en las secciones 3.2.1 y 3.2.2; (ii) controladores LPV (Linear Parameters Varying), que también comprende toda una familia de estrategias.

Las estrategias LPV permiten trabajar con modelos lineales considerando múltiples puntos de operación. La más conocida dentro de esta familia es el *gain scheduling*. Se basa en la selección de determinadas variables de programación, definir una familia de modelos lineales que caractericen los distintos puntos de operaciones, y por último diseñar un controlador paramétrico que se adapte conforme el sistema cambia de punto de operación. Actualmente se han desarrollado más estrategias que permiten adaptarse a los modelos de forma más compleja. Las aplicaciones en el campo de la automatización de vehículos son diversas, como el control de la suspensión con el objetivo de asegurar el confort de los pasajeros o un control descentralizado con controladores locales de frenada, dirección y suspensión basados en LPV [22].

### 3.2.1 Introducción al control predictivo

En este TFM, como se concretará en el capítulo 4, el control del vehículo para seguimiento de trayectorias se efectuará a través de la implementación de un MPC (Model Predictive Control), por lo que esta sección se dedicará a una explicación más detallada de la estrategia.

El control predictivo no es una estrategia de control, sino una familia de estrategias. Su funcionamiento se basa en la optimización de la señal de control en base a la estimación de la evolución del sistema y determinados objetivos reflejados en la función de coste. Esta estimación se realiza a través a un modelo del sistema teniendo en cuenta los valores de las entradas y salidas en instantes de tiempo pasados y actual, como se representa en la figura 3.7.



**Figura 3.7** Estrategia en control predictivo. Fuente: [7].

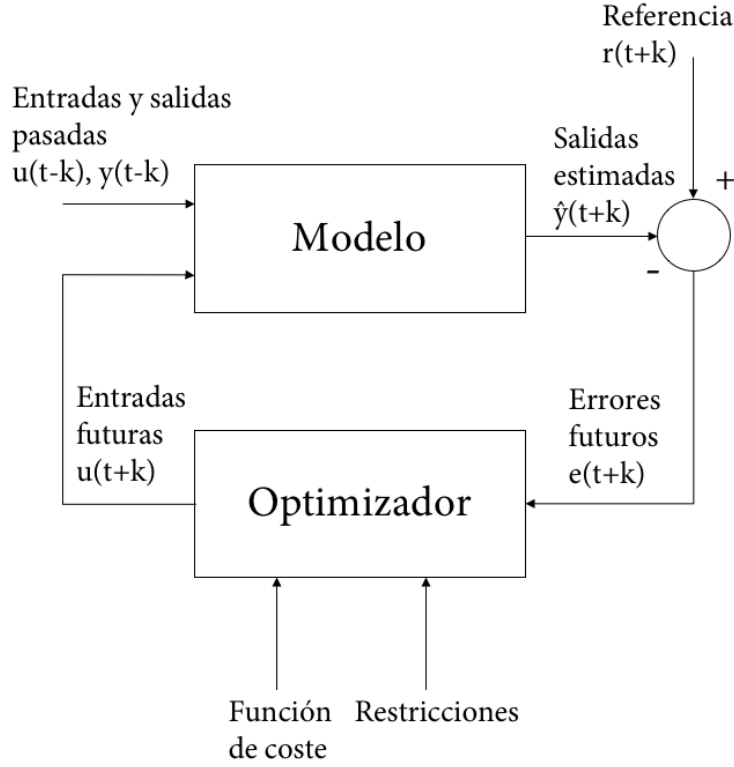
Para el desarrollo de cualquier algoritmo de control predictivo necesita tres elementos fundamentales, que se describen a continuación y están reflejados en la figura 3.8.

**Modelo.** El modelo será la herramienta utilizada para realizar estimaciones de la evolución de la salida del sistema en el futuro, por este motivo, debe ser capaz de capturar la dinámica de forma lo más precisa posible. En este aspecto, hay multitud de formas de expresar el modelo, por ejemplo caracterizándolo a través de la respuesta impulsional o la respuesta a escalón, a través de funciones de transferencia o en espacio de estados, etc.

**Función de coste.** Aunque esta sea adaptable a las preferencias del diseñador, normalmente combina dos criterios: (i) seguimiento de referencia, como la diferencia entre la salida prevista según el modelo y la referencia durante el horizonte de optimización considerado; (ii) esfuerzo de control, como la diferencia entre la señal de control este instante de tiempo respecto del anterior. Esto queda reflejado en la ecuación 3.6.

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.6)$$





**Figura 3.8** Estructura básica de control basado en MPC.

donde  $N_1$  y  $N_2$  considera los límites del horizonte de predicción, siendo  $N_1$  de utilidad para despreciar aquellos instantes de tiempo que no sean de interés, por ejemplo, un tiempo muerto;  $N_u$  considera el horizonte de control;  $\delta(j)$  y  $\lambda(j)$  son pesos que equilibran la importancia entre objetivos;  $\hat{y}$  es la variable controlada y estimada por el modelo para el horizonte de predicción;  $w$  es la referencia, si coincide con  $r$ , o una aproximación suave de la misma; por último  $u$  es la variable de control.

Esta función será la función de coste para el proceso de optimización y podrá estar sujeta o no a determinadas restricciones. Las restricciones más comunes son umbrales en las variables del proceso y limitaciones en su *slew rate*, es decir, la velocidad de cambio de las mismas.

**Obtención de la señal de control.** Para obtener la señal de control es necesario optimizar la función 3.6, para ello hay diferentes metodologías descritas en profundidad en [7], como Dynamic Matrix Control (DMC), Generalized Predictive Control (GPC), programación cuadrática, etc.

Una vez que se ha introducido la base de cualquier algoritmo de control predictivo, se procede a su formulación según el modelo de espacio de estados, que puede expresarse según 3.7

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde en un sistema MIMO (de sus siglas en inglés, Multiple Input - Multiple Outputs), el vector de entrada  $u$  tiene dimensión  $m$  y el vector de salida  $y$  tiene dimensión  $n$ .

El modelo se puede transformar para sustituir  $u$  por su forma incremental  $\Delta u(t)$ , de forma que se cumpla  $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ , quedando expresado según la ecuación 3.8.

$$\begin{bmatrix} x(t+1) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} \Delta u(t) \quad (3.8)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-1) \end{bmatrix}$$

Si se introduce una nueva variable  $\bar{x}$ , tal que  $\bar{x} = [x(t)u(t-1)]^T$ , la ecuación 3.8 se expresa según 3.9.

$$\begin{aligned} \bar{x}(t+1) &= M\bar{x}(t) + N\Delta u(t) \\ y(t) &= P\bar{x}(t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Según esta expresión del modelo, las salidas estimadas del sistema para determinado horizonte de predicción  $N_2$ , se calculan según la ecuación 3.10.

$$\hat{y}(t+j) = PM^j \bar{x}(t) + \sum_{i=0}^{j-1} PM^{j-i-1} N \Delta u(t+i) \quad (3.10)$$

o lo que es igual:

$$\hat{y} = F\bar{x}(t) + Gu \quad (3.11)$$

donde  $u = [\Delta u(t)\Delta u(t+1)\cdots\Delta u(t+N_u-1)]^T$ . Relacionando las expresiones 3.10 y 3.11, se pueden obtener las matrices  $F$  y  $G$  para todo el horizonte de predicción.

$$F = \begin{bmatrix} PM \\ PM^2 \\ \vdots \\ PM^{N_2} \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} PN & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ PMN & PN & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ PM^2N & PMN & PN & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ PM^{N_2}N & PM^{N_2-1}N & PM^{N_2-2}N & PM^{N_2-3}N & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Por último, la función de coste 3.6 se puede expresar de forma matricial según la expresión 3.13.

$$J = (\hat{y} - w)^T Q (\hat{y} - w) + Q_u u^T u \quad (3.13)$$

donde  $Q$  y  $Q_u$  son matrices de pesos, según  $\delta$  y  $\lambda$ .

### 3.2.2 Control predictivo en conducción autónoma: estado del arte

Por último, se desea recoger en la tabla 3.1 algunos de las principales aportaciones que el control predictivo ha tenido al ámbito de los vehículos autónomos. Como se podrá comprobar, algunas de las estrategias descritas anteriormente también se ven involucradas.

Tabla 3.1 Estado del arte.

| Ref. | Objetivos   | Enfoque  | Ensayo  | Resultados   |
|------|---|--|---|--|
| [5]  | Control de la dinámica longitudinal y lateral.  | Control LPV para dinámica longitudinal (acelerador y freno) y MPC para dinámica lateral (dirección).   | Simulación Matlab: salida de autovía, desvío, incorporación a autovía.  | Seguimiento de referencias adecuado, ensayos en rango amplio de velocidades 20 – 110 km/h. Mejoras propuestas para introducir términos de eficiencia energética.   |
| [17] | Control de la dinámica longitudinal y lateral.  | Controlador cinemático, Pure Pursuit, en cascada con controladores desacoplados MPC para dinámica longitudinal y lateral.  | Simulación: trayectoria circular, en forma de ocho.                     | Resultados prometedores. Seguimiento de referencias a baja y alta velocidad.   |
| [19] | Control de estabilidad para asistencia a la conducción del vehículo FOX                           | MPC para cálculo de momento corrector y estrategia de TVC.   | Simulación Matlab: doble cambio de carril                               | Comparación de resultados respecto a un conductor experto y medio. Seguimiento de <i>yaw rate</i> , ángulo de deslizamiento lateral en rango de $\pm 2^\circ$ , aceleraciones controladas. Evasión de dinámicas no lineales e inseguras para el conductor. |
| [20] | Control de velocidad para asistencia al conductor con objetivos ecológicos en vehículo eléctrico. | NMPC   | Ensayo en campo.  | Ahorro energético de un 7.56 % mínimo.   |
| [26] | Control de estabilidad de vehículo con motores en ruedas.   | Control jerárquico con dos capas: capa superior basada en estrategia de control robusto (SMC), capa inferior basada en MPC Allocation, para distribución de par y ángulo a cada rueda. | Simulación Matlab: entrada de volante en forma de escalón y sinusoidal. | En comparación con otras estrategias, mejora la evolución del deslizamiento lateral, asegura rango seguro. Respuesta rápida.   |

**Tabla 3.1** Estado del arte (continuación).

| Ref. | Objetivos   | Enfoque          |       | Ensayo   | Resultados   |
|------|---|------------------|-------|--|--|
| [27] | Control para seguimiento de trayectoria de vehículos oruga todoterreno. | “Kynematics MPC” | Aware | Ensayos en campo con distintos tipos de terreno, seguimiento de trayectoria. | Enfoque novedoso. Control propuesto tiene mayor precisión, 62% más que un MPC clásico, y presenta mejoras en términos computacionales. |

## 4 Esquema de control para conducción autónoma

---

Esta sección está dedicada a presentar el esquema de control que se propone para el vehículo FOX, así como a detallar su implementación en el entorno Matlab Simulink. Esta estrategia será validada en simulación frente al modelo Simmechanics del vehículo FOX en el capítulo 5.

### 4.1 Definición del problema e hipótesis de partida.

En este TFM, el principal objetivo es implementar una estrategia de control que permita convertir un vehículo en autónomo, más concretamente el vehículo FOX. Para ello, será necesario resolver dos problemas principales dentro de la conducción autónoma: en primer lugar, la planificación de trayectorias y, en segundo lugar, el seguimiento de trayectorias. Para ello, los problemas deben desacoplarse y resolverse a través de una arquitectura jerárquica donde cada módulo resuelve completa o parcialmente uno de estos problemas.

Sin embargo, es necesario anotar que este TFM pretende ser una primera aproximación en este proceso de autonomización del vehículo FOX, por este motivo, se plantean ciertas hipótesis o asunciones que permitirán simplificar el problema.

- La capa de planificación posee de forma previa un mapa del entorno.
- La detección de obstáculos es estática. Esto es, no se posee en este caso la capacidad de detección de obstáculos en línea, únicamente los identificados en mapa original. Estas simplificaciones se adoptan fundamentalmente por la naturaleza del vehículo FOX, en principio un vehículo cuyo chasis se enfoca a la competición y, por tanto, no ideado a la conducción en entorno urbano, donde esta característica sería fundamental.
- Al inicio del problema, se considera que la orientación del vehículo es nula, esto es,  $\psi = 0$ , por tanto, los ejes de coordenadas globales y locales están alineados, véase figura 4.7.

- La capa de planificación se ejecuta una vez al inicio de cada simulación, proveyendo de las consignas adecuadas a la capa de seguimiento.
- El problema de seguimiento de trayectoria se desacoplará en dos módulos en función de las dinámicas predominantes: (i) control de estabilidad lateral (basado en la dinámica lateral), (ii) control de seguimiento de velocidad (basado en la dinámica longitudinal). Para el desarrollo de los controladores, se hará uso de modelos lineales que caractericen dichas dinámicas, este punto se tratará en más detalle en la sección 4.3.
- El control de la dinámica longitudinal sólo se realizará a través del par, esto es, no se considera la señal de freno para esta primera propuesta.
- La pendiente de la calzada es nula.

## 4.2 Esquema de control para conducción autónoma.

En la figura 4.1, se ha querido representar un diagrama de bloques del esquema de control propuesto en este capítulo para el vehículo FOX. En negro, se representan las capas de planificación y seguimiento de trayectorias, en las cuales se ha hecho hincapié durante este TFM y que se describirán de forma detallada en las secciones 4.2.1 y 4.2.2, respectivamente.

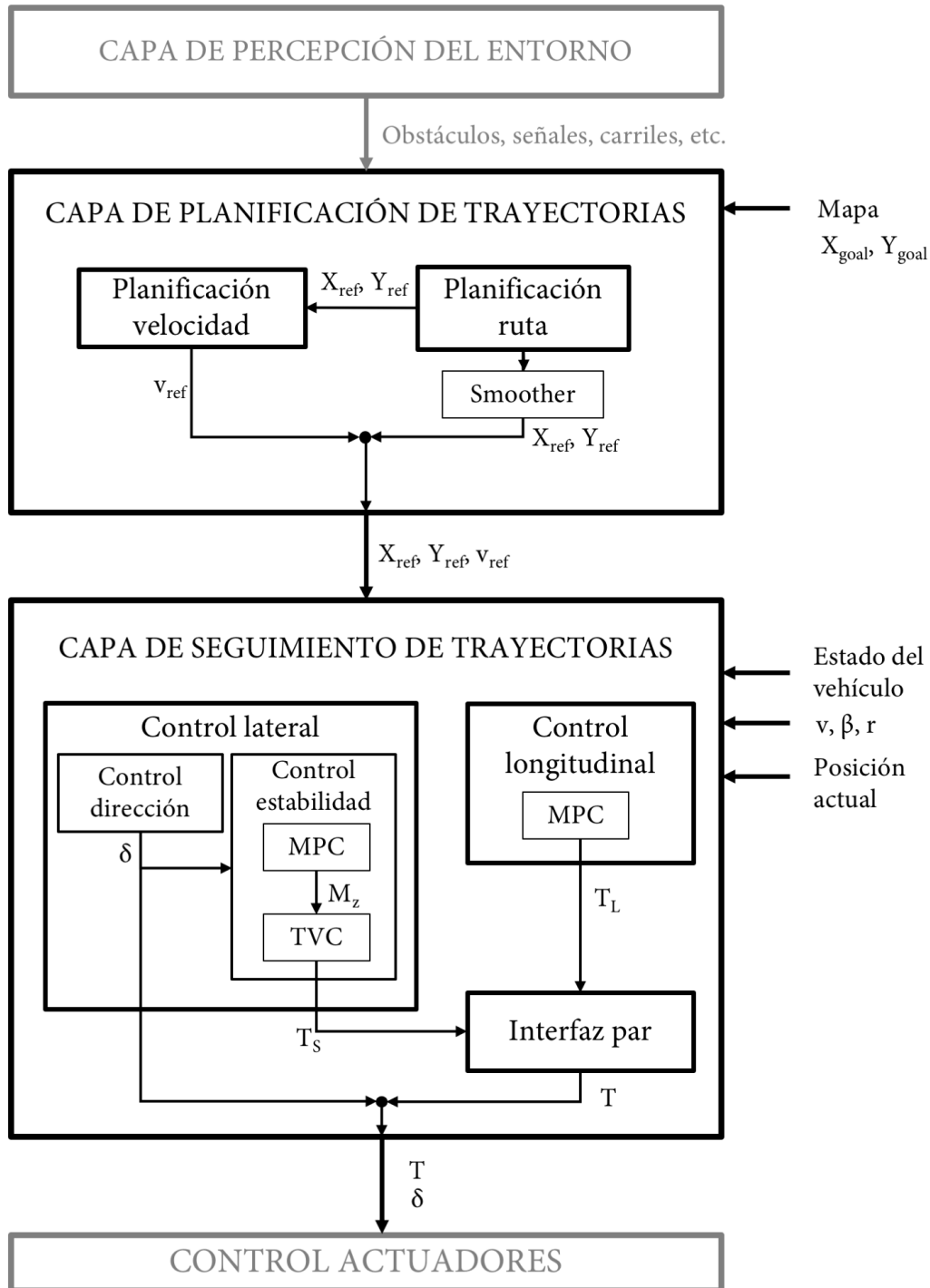
### 4.2.1 Capa de planificación de trayectorias.

La capa de planificación del esquema de control implementado consta de dos módulos principales: (i) planificación de la ruta, (ii) planificación de la velocidad. La salida que proporciona esta capa son las consignas de control a la capa de seguimiento de trayectorias, es decir, coordenadas  $X$  e  $Y$  deseadas,  $X_{ref}$  e  $Y_{ref}$  y velocidad deseada,  $v_{ref}$ . La entrada necesaria es el mapa, el punto objetivo,  $X_{goal}$  e  $Y_{goal}$ , y la velocidad máxima de la vía. Como simplificación del problema, la planificación se realizará únicamente al inicio de la ruta.

**Planificación de ruta** La planificación de la ruta busca el camino más corto entre la posición inicial y la posición objetivo.

El primer paso es extraer la información relevante del mapa. Para ello, se traduce en una rejilla de  $1\text{m} \times 1\text{m}$  y, a través de una matriz binaria, se indica la existencia (1) o no (0) de obstáculo para cada posición.

Posteriormente, se procesa esta matriz a través de un algoritmo de planificación. En este caso, se ha hecho uso del algoritmo  $A^*$ , cuya descripción detallada se puede encontrar en la sección 3.1.2. La selección de este algoritmo radica fundamentalmente en su eficiencia computacional, ya que uno de los objetivos de este TFM es proponer una opción implementable en un sistema en tiempo real. Además, el algoritmo es óptimo eficiente, esto es, siempre y cuando la heurística utilizada para calcular el coste de cada camino no lo sobreestime, se garantiza que la solución proporcionada es óptima. En este caso, la heurística utilizada es la distancia euclídea, véase la



**Figura 4.1** Esquema de control propuesto para vehículo FOX.

ecuación 4.1, donde se calcula la función  $h(n)$ , que indicaba la distancia del nodo  $n$  al objetivo,  $goal$ .

$$h(n) = \sqrt{(x_n - x_{goal})^2 + (y_n - y_{goal})^2} \quad (4.1)$$

El algoritmo A\* utilizado está disponible en forma de código abierto a través de la comunidad de MathWorks <sup>1</sup>.

Tras la obtención de una serie de concatenación de nodos que llevan al vehículo hasta el objetivo, es necesario la obtención de una ruta continua y suave. Esta es la función del bloque *smoother*, donde se obtiene una función continua que pasa por todos esos puntos de forma suave. La función *fit* ajusta una curva a una serie de datos permitiendo variar el grado de suavidad del ajuste a través del *SmoothingParam*.

**Planificación de velocidad** En el nivel de la planificación, se calculará una trayectoria deseada de velocidad que vendrá dada por la velocidad máxima de la vía, limitada en función de una aceleración centrípeta máxima predefinida inicialmente, según la ecuación 4.2. El objetivo de esta limitación es garantizar seguridad y confort de los usuarios del vehículo.

$$v_{xmax} = \sqrt{\frac{a_{ymax}}{\kappa}} \quad (4.2)$$

donde  $v_x$  es la velocidad longitudinal, tangente a la curva,  $a_y$  es la aceleración lateral y  $\kappa$  es la curvatura de la trayectoria, siendo  $\kappa = \frac{1}{R}$ , sea  $R$  el radio de la curva. En este caso, se limita la velocidad a una aceleración lateral máxima de 1g.

Es necesario destacar que un módulo imprescindible para futuras implementaciones deberá ser el módulo de evasión de obstáculos. Este módulo conectado directamente a la capa de percepción permitirá actualizar en línea el mapa del entorno y modificar las trayectorias inicialmente calculadas en situaciones inseguras.

#### 4.2.2 Capa de seguimiento de trayectorias.

Esta capa es la encargada de garantizar el seguimiento de las trayectorias de la capa de planificación. Para ello, las entradas a esta capa, además de las trayectorias,  $X_{ref}$ ,  $Y_{ref}$  y  $v_{ref}$ , es el estado del vehículo. Esta capa está conectada con la red de sensores del vehículo, recibiendo información de, por ejemplo, velocidades lineales, angulares y aceleraciones a través de la IMU.

En esta capa se distinguen dos módulos principales que interactúan entre sí y que se ejecutan a distintas frecuencias según su aplicación: (i) módulo de control lateral, en el que a su vez se distingue el control de dirección ( $T_s = 100ms$ ) y el control de estabilidad ( $T_s = 10ms$ ); y (ii) módulo de control longitudinal ( $T_s = 100ms$ ). Estos módulos se encargan de forma desacoplada de resolver determinado problema, pero su solución es aditiva en el caso del par. A continuación, se detalla su función de forma independiente.

**Control longitudinal** Este módulo calcula el par total  $T_L$  que debe ser aportado entre las cuatro ruedas del vehículo para mantener determinada velocidad. Para ello, se ha implementado un algoritmo de control predictivo basado en modelo (MPC) que optimiza el seguimiento de referencias sin tener en consideración el esfuerzo de control. Véase la sección 3.2.1 para una descripción teórica del control predictivo.

<sup>1</sup> Copyright ©2016, The MathWorks, Inc.



En este caso, el problema de optimización se resuelve mediante programación cuadrática en Matlab a través de la función *quadprog*. Se ha seleccionado este método por su rápida implementación y la necesidad de incorporación de restricciones.

Un problema de programación cuadrática se resuelve según la expresión matricial 4.3, donde  $f_0$  se desprecia por ser una constante que no participa en el resultado de la optimización [7]. Las restricciones se describen según la expresión 4.4, donde  $R$  y  $S$  son matrices de coeficientes y  $r$  es un vector de constantes, gracias a la cual se pueden establecer restricciones de desigualdad tanto en las variables de estado, las de control - recuérdese que se controlan los incrementos - y las de salida del sistema.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}u^T H u + b^T u + f_0 \\ \text{donde} \quad & H = 2(G^T Q G + R) \\ & b = 2(G^T Q (F\hat{x} - w)) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$Ru \leq Sx + r \quad (4.4)$$

En la figura 4.2, se describe el pseudocódigo para el cálculo de matrices y resolución del problema de optimización usando *quadprog*. En este TFM, todos los módulos MPC utilizados se han basado en dicho código y han sido implementados en Matlab.

Cabe destacar que el modelo utilizado para caracterizar la dinámica longitudinal en el MPC está basado en variables incrementales, por lo que la señal de control será  $\bar{T}_L = T_L - T_{L0}$  y la señal controlada  $\bar{v}_x = v_x - v_{x0}$ . Véase la sección 4.3.1 para mayor detalle.

**Control lateral** Este módulo se encarga de realizar el control de la dinámica lateral. A su vez se encuentra dividido en dos módulos: (i) control de dirección y (ii) control de estabilidad.

El control de dirección se ha implementado a través de uno de los métodos de control más extendidos y simples hoy día, el algoritmo de persecución pura o *pure pursuit*, proporcionando un control eficaz de la trayectoria y eficiente computacionalmente. Este algoritmo se ejecuta en línea con el proceso, recibiendo constantemente la posición del vehículo actualizada. Su salida es el ángulo de dirección de las ruedas, que se relacionan mediante una función con el ángulo de giro de volante. Este algoritmo ha sido implementado a partir del pseudocódigo de la figura 4.3, para el cual se ha utilizado la relación existente entre la dirección de las ruedas y la curvatura de la trayectoria que se debería realizar para llegar al punto objetivo [8, 23].

```

1: función u = MPC(x, w)
2: Ad, Bd, Cd, Dd ← ModelData      ▷ Cargar información del proceso en discreto
3: Np ← horizonte predicción        ▷ Descripción del problema
4: Nc ← horizonte control
5: n1 ← columnas(Bd)                ▷ N° variables de control
6: n2 ← filas(Ad)                   ▷ N° estados
7: n3 ← filas(Cd)                   ▷ N° salidas
8: Q ← matriz pesos  $\delta_{Np \cdot n3 \times Np \cdot n3}$       ▷ Cálculo de matrices
9: Qu ← matriz pesos  $\lambda_{Nc \cdot n1 \times Nc \cdot n1}$ 
10: M = [Ad Bd; 0n1xn2 In2xn1]
11: N = [Bd; In1xn1]
12: P = [Cd, 0n3xn1]
13: G ← 0Np \cdot n3 \times Nc \cdot n1
14: for i = 1 hasta Np do
15:   for j = 1 hasta Nc do
16:     if i ≥ j then
17:       G = P M(i-j) N
18:     end if
19:   end for
20: end for
21: F ← 0Np \cdot n3 \times (n1+n2)
22: for i = 1 hasta Np do
23:   F = P Mi
24: end for
25: H = 2(GTQG + Qu)
26: b = 2(GTQ(Fx - w))
27: Δu = quadprog(H, b, R, Sx + r)      ▷ Programación cuadrática
28: u(k+1) = u(k) + Δu

```

Figura 4.2 Pseudocódigo para programación de MPC.

```

1: función δ = PersecucionPura(Xref, Yref, x, y, ψ)
2: l ← distancia lookahead
3: Posicion ← x, y
4: for i = 1 hasta n do      ▷ Buscar punto de trayectoria más cercano
5:   D(i) =  $\sqrt{(x - X_{ref_i})^2 + (y - Y_{ref_i})^2}$ 
6: end for
7: Xgoal, Ygoal ← Xref, Yref tal que mín D
8: Goal ← Xgoal, Ygoal
9: error ← Goal - Posicion      ▷ Calcular error
10: T = R(ψ)R(π)                ▷ Transformar a coordenadas locales
11: dx ← Componente x de TT · error
12: κ = 2dx / l2                ▷ Cálculo de la curvatura deseada
13: δ = tan(κ(lf + lr))        ▷ Cálculo del ángulo de dirección

```

Figura 4.3 Pseudocódigo para algoritmo de persecución pura.

El control de la estabilidad busca mejorar la estabilidad del vehículo a través de la aplicación de un momento corrector. Para ello, se ha implementado un MPC, siguiendo el mismo planteamiento ilustrado en la figura 4.2, con el objetivo de mejorar el seguimiento de consignas del ángulo de deslizamiento lateral y la velocidad angular, con un esfuerzo de control adecuado. En este caso, se considera la función de coste 3.13, donde  $Q$  es del orden de  $10^5$  y  $Q_u$  es del orden de  $10^2$ . Las consignas del control predictivo,  $w$ , se calculan según las expresiones en 4.5, donde se establece un ángulo de deslizamiento deseado nulo y una velocidad angular que, según la expresión del estado estacionario del modelo de la bicicleta, sería la ideal para el ángulo de dirección  $\delta$  que calcula el módulo de control de dirección.

$$\begin{aligned}\beta_{ref} &= 0 \\ r_{ref} &= \frac{v}{L + \frac{m}{L} \left( \frac{l_r}{c_{\alpha f}} - \frac{l_f}{c_{\alpha r}} \right) v^2} \delta\end{aligned}\quad (4.5)$$

En resumen, las variables de entrada serán el ángulo de deslizamiento lateral, la velocidad angular y el ángulo de dirección y la variable de salida será el momento corrector de velocidad angular, que será traducido a una señal par  $T_S$  diferencial a través de un módulo distribución de par o *torque vectoring control* (TVC).

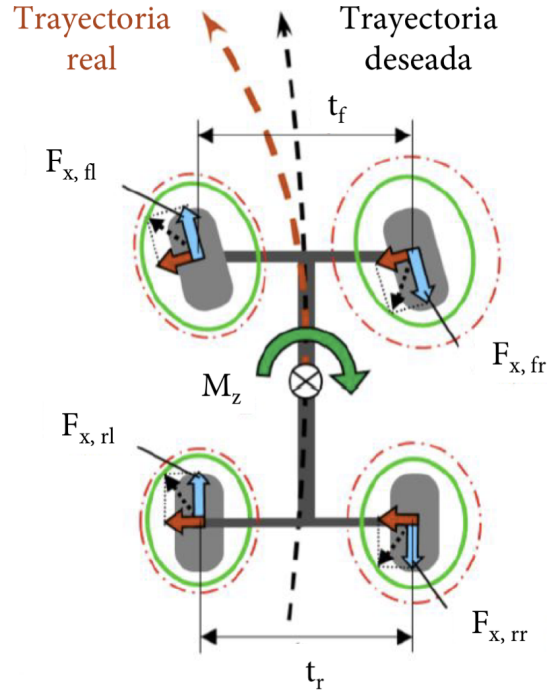
El módulo TVC es una contribución del alumno Gonzalo Hernández a través de su proyecto fin de carrera, en el cual desarrolló y validó un módulo de distribución de par para asistencia a la conducción del vehículo FOX. Se demostró que permitía aumentar la tracción del vehículo durante maniobras de aceleración o giro a través de un par diferencial que no impacta en la velocidad del vehículo, ya que únicamente suma o resta cierto par  $T_S$  al par base que desea el conductor. Esta es una ventaja del TVC en relación con otras estrategias de control de estabilidad donde se frenan de forma activa alguna de las ruedas, siendo percibido claramente por el usuario [19].

Una vez recibe el momento corrector deseado, debe calcular el par diferencial que será aplicado en cada rueda. La base teórica es que fuerzas de igual magnitud y distinto sentido provocarán un momento alrededor del centro de gravedad, en la figura 4.4 se ilustra esta estrategia.

En la ecuación 4.6, se relaciona el momento creado en el centro de gravedad con las fuerzas de tracción en cada una de las ruedas,  $F_{xij}$ , donde  $i = \{f, r\}$  haciendo referencia al eje delantero o trasero, y  $j = \{r, l\}$  haciendo referencia a la rueda derecha o izquierda, respectivamente.

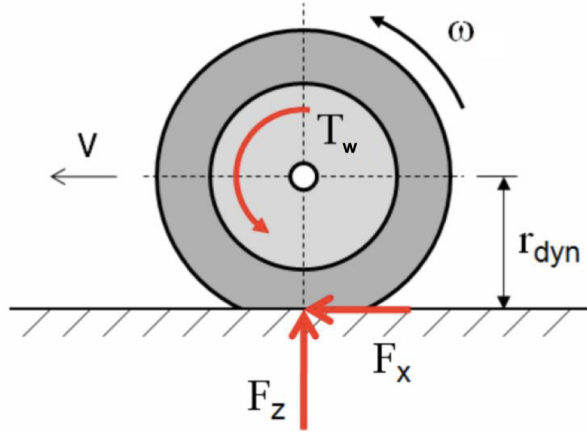
$$\begin{aligned}M_z &= M_{zf} + M_{zr} \\ \text{donde } M_{zf} &= \frac{t_f}{2} (F_{xfr} + F_{xfl}) \\ M_{zr} &= \frac{t_r}{2} (F_{xrr} + F_{xrl})\end{aligned}\quad (4.6)$$

donde  $t_j$  es la anchura de eje delantero,  $j = f$ , o trasero,  $j = r$ .



**Figura 4.4** Sistema de TVC con distribución en las cuatro ruedas. Fuente: [19].

Haciendo un balance de momentos del neumático en la figura 4.5, donde se obvian los efectos de la resistencia a la rodadura y la resistencia aerodinámica, se establece la relación entre par y fuerza, según la ecuación 4.7.



**Figura 4.5** Análisis dinámico en neumático. Fuente: [19].

$$T_w - F_x r_{dyn} = I_y \dot{\omega} \quad (4.7)$$

donde  $T_w$  es el par del motor situado en la rueda,  $r_{dyn}$  es el radio dinámico de la rueda que se asumirá igual al radio de la rueda,  $I_y$  es el momento de inercia de la rueda alrededor del eje de giro y  $\omega$  es la velocidad angular de la rueda.

Por tanto, sustituyendo la ecuación 4.6 en la ecuación 4.7 se obtiene la expresión 4.8, utilizada para calcular la distribución de par. Para ello, la hipótesis de partida que plantea este método es que el par de las ruedas izquierda y derecha en cada eje será igual pero de signo contrario. El criterio de signos seguido es el mostrado en la figura 4.4: para un momento corrector  $M_z$  positivo, los pares de las ruedas derechas serán positivos - suman al par  $T_L$  -, mientras que los pares de las ruedas izquierdas serán negativos - restan al par  $T_L$ .

$$\begin{aligned} T_{w_{fj}} &= \frac{r_{wf}}{t_f} M_{zf} + I_y \dot{\omega} \quad \text{donde } j = \{r, l\} \\ T_{w_{rj}} &= \frac{r_{wr}}{t_r} M_{zr} + I_y \dot{\omega} \quad \text{donde } j = \{r, l\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde en este caso se han considerado un reparto de momento corrector equitativo entre los ejes, esto es  $M_{zf} = M_{zr} = \frac{M_z}{2}$ .

**Interfaz par** La interacción entre los módulos de control lateral y longitudinal se da en la señal de par final aplicado a cada motor. Por un lado, es necesario aplicar cierto par base para garantizar el mantenimiento de la velocidad con el mínimo error posible respecto a su consigna, por otro lado, es necesario aplicar cierto par diferencial entre ruedas que permita corregir la velocidad angular del vehículo, de manera que se garantice una trayectoria estable, confortable y segura. El módulo Interfaz par es el encargado de aglutinar las consignas de par de los módulos de control lateral y longitudinal en una única señal que se transmite a la capa de control de actuadores. En la figura 4.6, se resume la función de este módulo a través de su pseudocódigo. Como se comprueba, simplemente se suma la contribución de los módulos de control lateral y longitudinal. El resultado de esta suma puede dar lugar a pares negativos en las ruedas, sin embargo la señal  $T$  está limitada entre 0 y el par máximo admisible en la rueda. Por este motivo, se implementa una saturación de forma que se mantenga un sumatorio de los pares  $T$  igual al par  $T_L$ , asegurando simultáneamente la aplicación del máximo momento corrector posible, teniendo en cuenta el par disponible por rueda, esto es, la diferencia entre el par máximo o mínimo admisible y  $T$ ,  $inc1$  e  $inc2$ , respectivamente.

### 4.3 Modelos de la dinámica de un vehículo.

Como se ha comentado con anterioridad, para el seguimiento de la trayectoria es necesario controlar las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo. Para ello, se han utilizado modelos linealizados de ambas dinámicas y han sido integrados en algoritmos de control predictivo. A continuación, en las secciones 4.3.1 y 4.3.2 se describen los modelos lineales referentes a las dinámicas longitudinales y laterales del vehículo, respectivamente.

```

1: función T = Interfaz_par( $T_L$ ,  $T_S$ )
2:  $T = T_L + T_S$ 
3: if  $T_S \neq 0$  then
4:    $inc1 \leftarrow T_{max} - \text{máx } T$ 
5:    $inc2 \leftarrow -\text{mín } u$ 
6:    $u = \text{Saturacion\_Par}(T, inc1, inc2)$ 
7:    $T_{L_{total}} \leftarrow \sum T_{L_i}$ 
8:   if  $\sum T_{ij} > T_{L_{total}}$  then
9:     if  $T_{rr} + T_{fr} > T_{rl} + T_{fl}$  then
10:      Reparto  $T_L$  entre ruedas derechas
11:     else
12:      Reparto  $T_L$  entre ruedas izquierdas
13:     end if
14:   end if
15: end if

```

Figura 4.6 Pseudocódigo para el módulo Interfaz Par.

Tabla 4.1 Parámetros característicos para modelado del vehículo FOX. Fuente: [14, 19].

| Notación       | Descripción  | Valor   | Unidad    |
|----------------|--|---------|-----------|
| $c_1$          | Constante del modelo de rueda de Burckhardt                          | 1.197   | —         |
| $c_2$          | Constante del modelo de rueda de Burckhardt                          | 25.168  | —         |
| $c_3$          | Constante del modelo de rueda de Burckhardt                          | 0.537   | —         |
| $C_{ax}$       | Coefficiente de resistencia aerodinámica                             | 0.30    | —         |
| $C_{\alpha f}$ | Coefficiente de rigidez al giro de las ruedas delanteras             | 47000   | $kgm/s^2$ |
| $C_{\alpha r}$ | Coefficiente de rigidez al giro de las ruedas traseras               | 53000   | $kgm/s^2$ |
| $f$            | Coefficiente de rozamiento por rodadura                              | 0.04    | —         |
| $I_{yf}$       | Momento de inercia de las ruedas delanteras                          | 0.23    | $kgm^2$   |
| $I_{yr}$       | Momento de inercia de las ruedas traseras                            | 0.27    | $kgm^2$   |
| $I_z$          | Momento de inercia del vehículo alrededor del eje Z                  | 1047.50 | $kgm^2$   |
| $k_L$          | Coefficiente experimental para modelo longitudinal de baja velocidad | -1000   | $Ns/m$    |
| $k_S$          | Coefficiente experimental para modelo lateral de baja velocidad      | 0.70    | $Ns/m$    |
| $l_f$          | Distancia entre centro de gravedad y eje delantero                   | 1.30    | $m$       |
| $l_r$          | Distancia entre centro de gravedad y eje trasero                     | 1.22    | $m$       |
| $m$            | Masa del vehículo (+ 2 ocupantes)                                    | 400.24  | kg        |
| $r_{wf}$       | Radio de las ruedas delanteras                                       | 0.252   | $m$       |
| $r_{wr}$       | Radio de las ruedas traseras   | 0.270   | $m$       |
| $S$            | Área frontal del vehículo  | 1.48    | $m^2$     |

| Notación | Descripción               | Valor | Unidad |
|----------|---------------------------|-------|--------|
| $t_f$    | Anchura del eje delantero | 1.554 | $m$    |
| $t_r$    | Anchura del eje trasero   | 1.487 | $m$    |

#### 4.3.1 Modelo de la dinámica longitudinal.

El modelo escogido para caracterizar la dinámica longitudinal se basa en el balance de fuerzas externas que actúan en el eje longitudinal del vehículo y que, por tanto, determinan su dinámica en dicho eje. En la sección 2.3.1, se realizó un resumen de las principales componentes externas que participan en la dinámica del vehículo. Aplicadas al eje longitudinal del vehículo, se encontraban la resistencia aerodinámica,  $F_{aero}$ , y la resistencia a la rodadura,  $F_{roll}$ . Adicionalmente, se debe considerar la fuerza de tracción del vehículo, que se origina en el par producido de cada uno de los motores instalados en las ruedas.

Aplicando la ley de Newton al eje X o eje longitudinal, se obtiene la ecuación 4.9. Recuérdese que una de las simplificaciones recogidas en la sección 4.1 es una pendiente nula en la calzada.

$$\begin{aligned}
 ma_x &= m\dot{v}_x = F_x - F_{roll} - F_{aero} \\
 \text{donde } F_x &= \frac{T}{R_w} \\
 F_{roll} &= f_{roll} F_z = f_{roll} mg \\
 F_{aero} &= \frac{1}{2} C_{ax} S \rho_a v_x^2
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Como se puede observar, la ecuación 4.9 contiene una no linealidad en el término de resistencia aerodinámica,  $F_{aero}$ , por tanto, se va a proceder a realizar una linealización del sistema basada en la aproximación en serie de Taylor, véase la ecuación 4.10.

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} (x - x_0)^2 \dots \tag{4.10}$$

Es necesario precisar que este enfoque supone considerar varios modelos en función del punto de operación,  $v_{x0} - T_0$ , en el cual se encuentre el sistema. Por tanto, para reducir el tiempo de cómputo del sistema, se almacenarán una serie de puntos de operación y las matrices del modelo discreto linealizado en espacio estados en un archivo, con el objetivo de caracterizar la dinámica longitudinal en todo el rango de operación del vehículo. Para ello, se define el modelo en variables incrementales, tal y como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_x &= v_x - v_{x0}; \quad \dot{\bar{v}}_x = \dot{v}_x \\
 \bar{T} &= T - T_0
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Aplicando la aproximación en serie de Taylor de orden 1 al término no lineal, se obtiene:

$$v_x^2 \approx v_{x0}^2 + 2v_{x0}\bar{v}_x \quad (4.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.11 y 4.12 y aplicando la definición de estado estacionario para calcular  $T_{w0}$  en la ecuación 4.9, se obtiene la ecuación lineal 4.13 para la velocidad.

$$m\dot{\bar{v}}_x = \frac{\bar{T}}{R_w} - v_{x0}C_{ax}S\rho_a \bar{v}_x \quad (4.13)$$

Por tanto, el modelo en espacio de estados para la dinámica longitudinal que se ha considerado en este TFM se representa según la ecuación 4.14.

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_{x0}C_{ax}S\rho_a}{m} \end{bmatrix} \bar{v}_x + \begin{bmatrix} \frac{1}{mR_w} \end{bmatrix} \bar{T} \quad (4.14)$$

En la tabla 4.1, se encuentran recogidos todos los parámetros del modelo presentado.

#### 4.3.2 Modelo de la dinámica lateral.

El modelo escogido para caracterizar la dinámica lateral del vehículo ha sido el conocido como modelo de la bicicleta, ampliamente utilizado por su simplicidad y precisión al describir la dinámica. Este modelo tiene dos grados de libertad y reduce el problema de cuatro ruedas a dos, considerando que la variación de ángulo de dirección de la rueda derecha e izquierda es despreciable.

En este caso, se escoge definir el modelo en base a las variables de estado: velocidad angular o *yaw rate*,  $r$ , y ángulo de deslizamiento lateral o *sideslip angle*,  $\beta$ , definido como el ángulo formado entre la dirección longitudinal del vehículo y la dirección del vector velocidad del mismo, véase la figura 4.7. Como variables de entrada al modelo se consideran el ángulo de dirección de las ruedas delanteras,  $\delta$ , y el momento corrector de velocidad angular,  $M_z$ , el cual es un momento aplicado en el centro de gravedad del vehículo que permite corregir la velocidad angular del mismo.

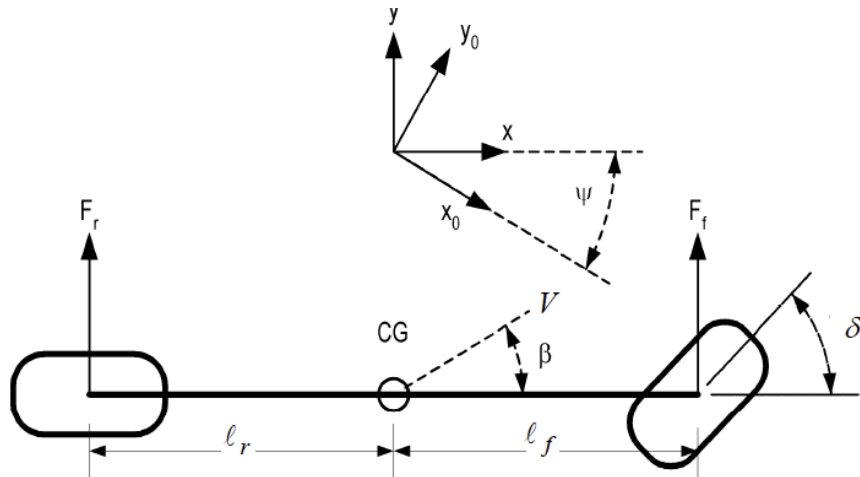


Figura 4.7 Modelo de la bicicleta. Fuente: [18].



El ángulo de deslizamiento lateral se puede definir en función de las velocidades longitudinal,  $v_x$ , y lateral,  $v_y$  según la ecuación 4.15, la cual puede simplificarse considerando que  $\beta$  es un ángulo pequeño.

$$\beta = \tan \frac{v_y}{v_x} \approx \frac{v_y}{v_x} \quad (4.15)$$

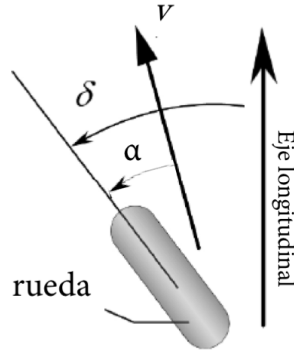
Aplicando un sumatorio de fuerzas en el eje Y y de momentos en el eje Z del vehículo, la dinámica lateral puede describirse en base a las ecuaciones 4.16 y 4.17.

$$F_{yf} + F_{yr} = m v_x (\dot{\beta} + r) \quad (4.16)$$

$$I_z \dot{r} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} + M_z \quad (4.17)$$

donde  $F_{yf}$  y  $F_{yr}$  son las fuerzas laterales que sufren las ruedas delantera y trasera, respectivamente,  $I_z$  es el momento de inercia del vehículo,  $l_f$  y  $l_r$  son las distancias desde el centro de gravedad del vehículo al eje delantero y trasero, respectivamente.

Para ángulos de deslizamiento de las ruedas,  $\alpha$  - véase la figura 4.8, despreciables, se comprueba una relación lineal con la fuerza lateral en las ruedas según la ecuaciones 4.18 y 4.19 para los ejes delantero y trasero, respectivamente.



**Figura 4.8** Ángulo de dirección  $\delta$  y de deslizamiento  $\alpha$  en una rueda. Fuente: [18].

$$F_{yf} = C_{\alpha f} \alpha_f \quad \text{donde} \quad \alpha_f = \delta - \beta - \frac{l_f r}{v_x} \quad (4.18)$$

$$F_{yr} = C_{\alpha r} \alpha_r \quad \text{donde} \quad \alpha_r = \delta - \beta - \frac{l_r r}{v_x} \quad (4.19)$$

donde  $C_{\alpha f}$  y  $C_{\alpha r}$  son los coeficientes de rigidez de las ruedas delante y trasera, respectivamente.

Por último, sustituyendo las ecuaciones 4.18 y 4.19 en las ecuaciones 4.16 y 4.17, se obtienen las ecuaciones del modelo lineal.

$$\dot{\beta} = -r + \frac{C_{\alpha f}}{m v_x} \left( \delta - \beta - \frac{l_f r}{v_x} \right) + \frac{C_{\alpha r}}{m v_x} \left( -\beta + \frac{l_r r}{v_x} \right) \quad (4.20)$$

$$\dot{r} = \frac{l_f C_{\alpha f}}{I_z} \left( \delta - \beta - \frac{l_f r}{v_x} \right) - \frac{l_r C_{\alpha r}}{I_z} \left( -\beta + \frac{l_r r}{v_x} \right) + \frac{M_z}{I_z} \quad (4.21)$$

Por tanto, el modelo en espacio de estados para la dinámica lateral que se ha considerado en este TFM se representa según la ecuación 4.22.

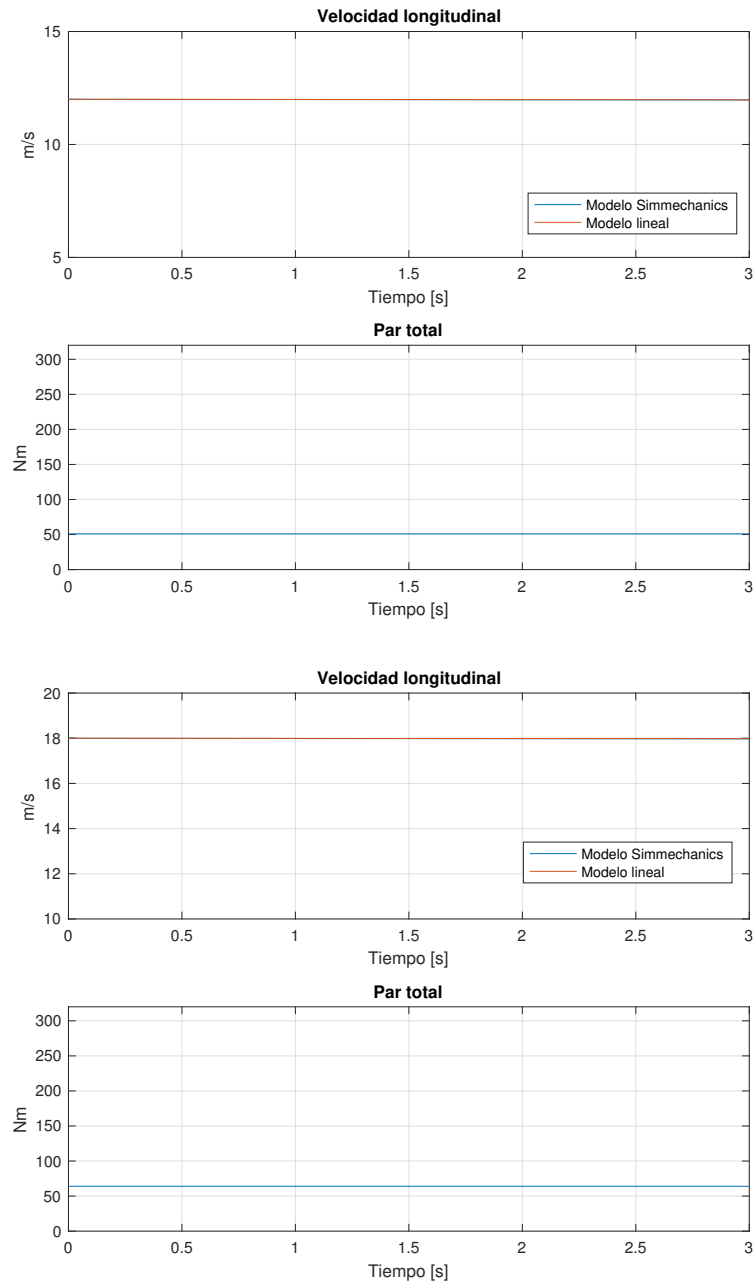
$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{m v_x} & \frac{-l_f C_{\alpha f} + l_r C_{\alpha r}}{m v_x^2} - 1 \\ \frac{-l_f C_{\alpha f} + l_r C_{\alpha r}}{I_z} & \frac{l_f^2 C_{\alpha f} + l_r^2 C_{\alpha r}}{I_z v_x^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m v_x} \\ \frac{l_f C_{\alpha r}}{I_z} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} M_z \quad (4.22)$$

En la tabla 4.1, se encuentran recogidos todos los parámetros del modelo presentado.

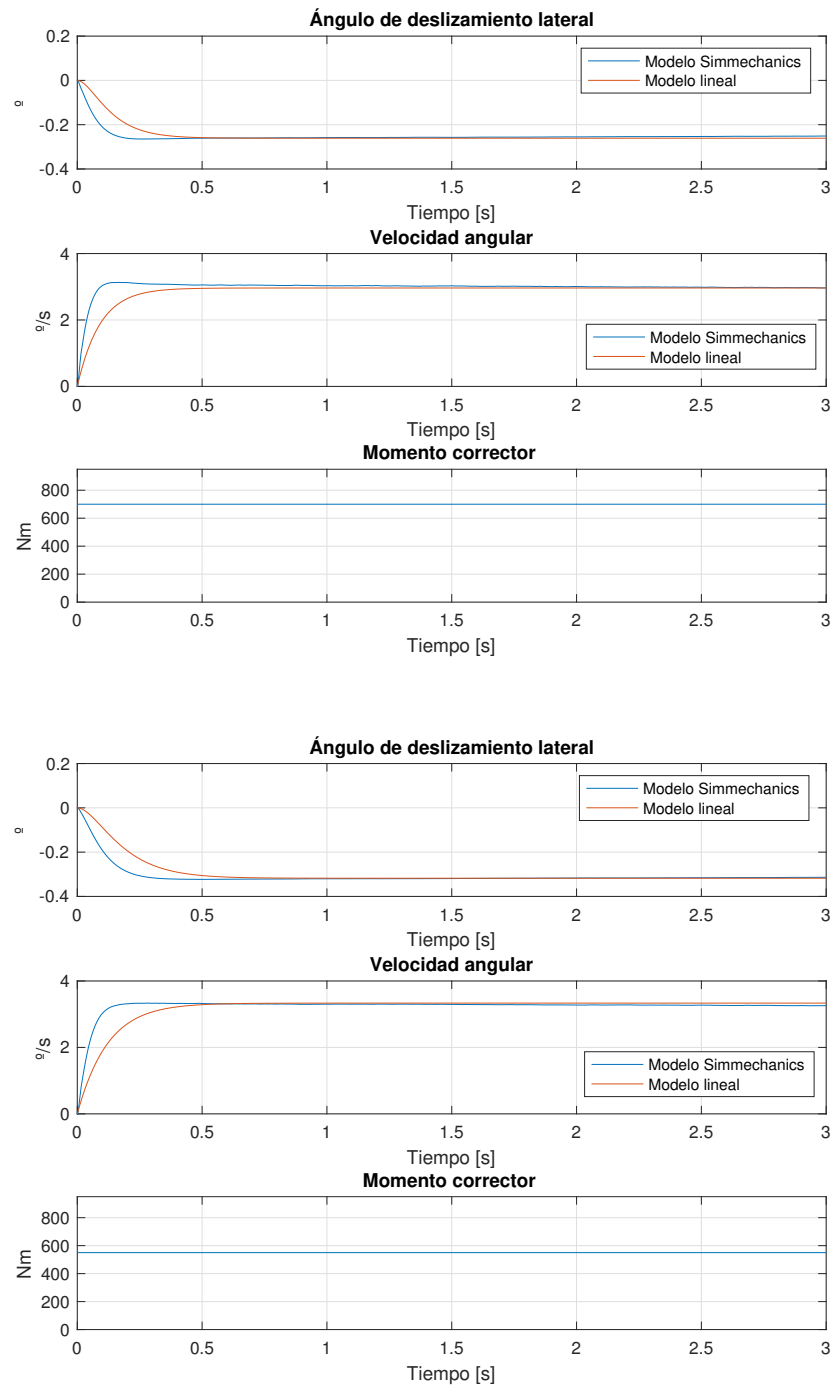
### 4.3.3 Validación de modelos.

En primer lugar, en la figura 4.9, se muestra la validación del modelo lineal para la dinámica longitudinal propuesto frente a la respuesta obtenida por el modelo del vehículo en Simmechanics para varios puntos de operación en régimen permanente. No se evalúa la dinámica, pues normalmente el problema que se planteará será de regulación, no de seguimiento. El error que se observa entre ambos modelos es inferior al 1 % en ambos casos y, por tanto, asumible en una implementación de control tipo predictivo.

En segundo lugar, en la figura 4.10, se muestra la validación del modelo lineal para la dinámica lateral propuesto frente a la respuesta obtenida por el modelo del vehículo en Simmechanics para varios puntos de operación. La simplificación que introduce este modelo se traduce en un modelo en general más lento que el modelo real y con errores en régimen permanente inferiores a 3 % para la velocidad angular y el ángulo de deslizamiento lateral. Cabe mencionar que para la obtención de estos resultados se ha realizado una sintonización manual de las ganancias de los modelos lineales. Por tanto, se podría decir que la dinámica son capturadas de forma adecuada. Sin embargo, el objeto del control, como se ha explicado anteriormente, es mantener el ángulo de deslizamiento lateral lo más cercano a cero posible y un seguimiento de referencias eficaz para la velocidad angular. Por este motivo, se considera que el modelo es adecuado para esta aplicación. Además, como se ha comentado anteriormente, las implementaciones en control predictivo admiten cierto error en el modelado.



**Figura 4.9** Validación del modelo longitudinal. Puntos de operación: (i)  $v = 43 \text{ km/h}$ ; (ii)  $65 \text{ km/h}$ .



**Figura 4.10** Validación del modelo lateral. Puntos de operación: (i)  $v = 50$  km/h; (ii)  $70$  km/h.

## 5 Ensayos y resultados

---

En este capítulo se recogen las principales aportaciones de este trabajo a través de una serie de ensayos que demuestran su potencialidad. El primero de los ensayos, en la sección 5.1, se centrará en el control de la dinámica longitudinal. En el segundo de los ensayos, en la sección 5.2, se mostrará un circuito similar al *skidpad* en el que las dinámicas longitudinal y lateral se acoplan. Por último, se comprobará el comportamiento del vehículo para un circuito tipo carretera, en la sección 5.3.

### 5.1 Ensayo de control de dinámica longitudinal.

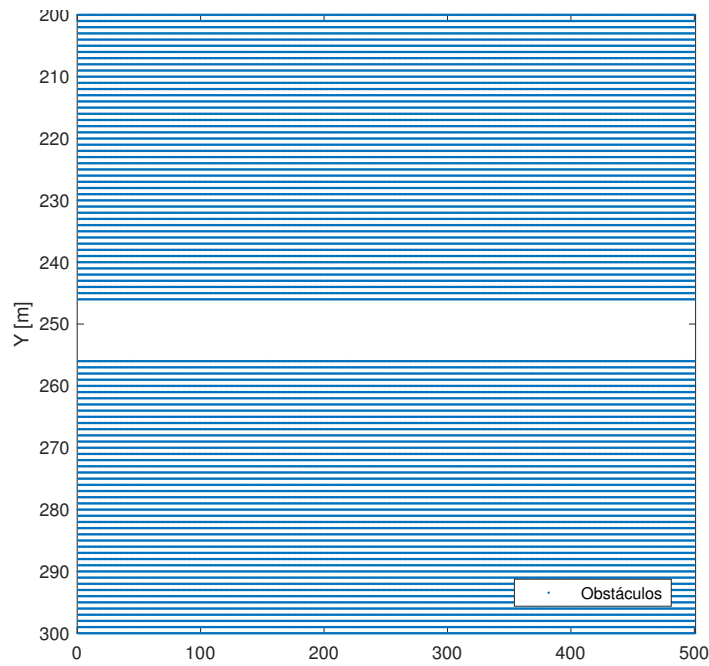
A continuación, se realizará la validación del esquema de control propuesto frente a un escenario en el cual la dinámica dominante es la longitudinal. En concreto, se planteará un mapa de una recta en la cual habrá que realizar una aceleración hasta llegar a la velocidad de crucero, 80 km/h.

Para un mejor entendimiento de la arquitectura propuesta en el capítulo 4.2, en esta primera sección se hará un recorrido más detallado acerca de cuáles son las salidas que se obtienen de cada módulo del esquema de control propuesto.

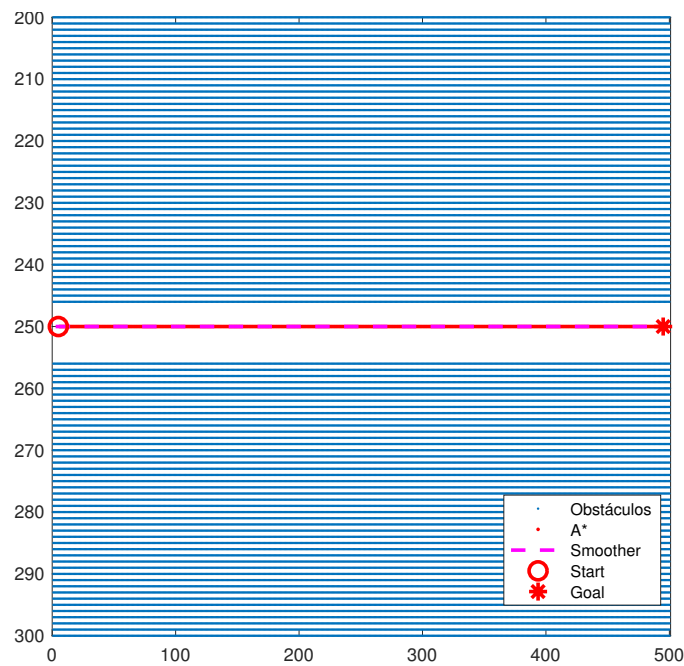
En primer lugar, se introduce un mapa y un objetivo, o *goal*, asociado al mapa como entradas a la capa de planificación. En este primer caso, se trata de una línea recta a lo largo de la cual se debe avanzar. En la capa de planificación, se procesa el mapa para traducirlo a una rejilla de 1m x 1m, obteniendo una representación tipo matricial - representando los obstáculos con 1 - como se muestra en la figura 5.1.

El mapa en forma matricial y el objetivo son las entradas al proceso de planificación de la ruta, que a través del algoritmo  $A^*$ , obtiene una concatenación de nodos (X,Y), representados como puntos en la figura 5.2. Estos nodos sirven como base al proceso de suavizado o *smoother*, del cual se obtiene una ruta continua a lo largo del espacio, línea discontinua rosa.

En paralelo, se calcula la referencia de velocidad, para la cual simplemente se ha de saber la velocidad inicial y la deseada y, teniendo en cuenta tanto la aceleración máxima del vehículo y las aceleraciones laterales máximas permitidas, se obtiene un perfil de velocidad, que junto con la ruta obtenida, conforma la trayectoria.



**Figura 5.1** Mapa para ensayo de control de la dinámica longitudinal.



**Figura 5.2** Salida de la capa de planificación para ensayo de control de la dinámica longitudinal.

En la capa de seguimiento de trayectorias, la ruta sirve de entrada al módulo de control lateral, que interactúa con el control de estabilidad compensando si es necesario los giros. El perfil de velocidad será la referencia al control longitudinal. Con ambas entradas, se realiza una simulación del sistema frente al modelo en Simmechanics y se obtienen los resultados que se muestran en la figura 5.3.

En la figura 5.3, por un lado, se enfrentan las señales de referencia que se introducen al control con las salidas del vehículo FOX de las variables controladas, esto es, velocidad, velocidad angular y ángulo de deslizamiento lateral, y por otro lado se representan las señales de control, esto es, ángulo de giro de las ruedas, par motor y momento corrector.

Asimismo, en las tablas 5.1 y 5.2 se resumen las características principales de los controladores, que se mantendrán durante el resto del capítulo salvo mención expresa, y en la tabla 5.3, se recogen los principales resultados.

**Tabla 5.1** Parámetros de los controladores predictivos.

| Módulo                      | Periodo ejecución [s] | Peso a esfuerzo de control $Q_u$ | Peso a seguimiento de referencia $Q$ | Horizonte predicción ( $N_2$ ) | Horizonte control ( $N_u$ ) |
|-----------------------------|-----------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| <b>C. Longitudinal: MPC</b> | 0.2                   | 10                               | $10^5$                               | 40                             | 20                          |
| <b>C. Lateral: MPC</b>      | 0.02                  | $10^2$                           | $10^5$                               | 20                             | 10                          |

**Tabla 5.2** Parámetros de control pure pursuit.

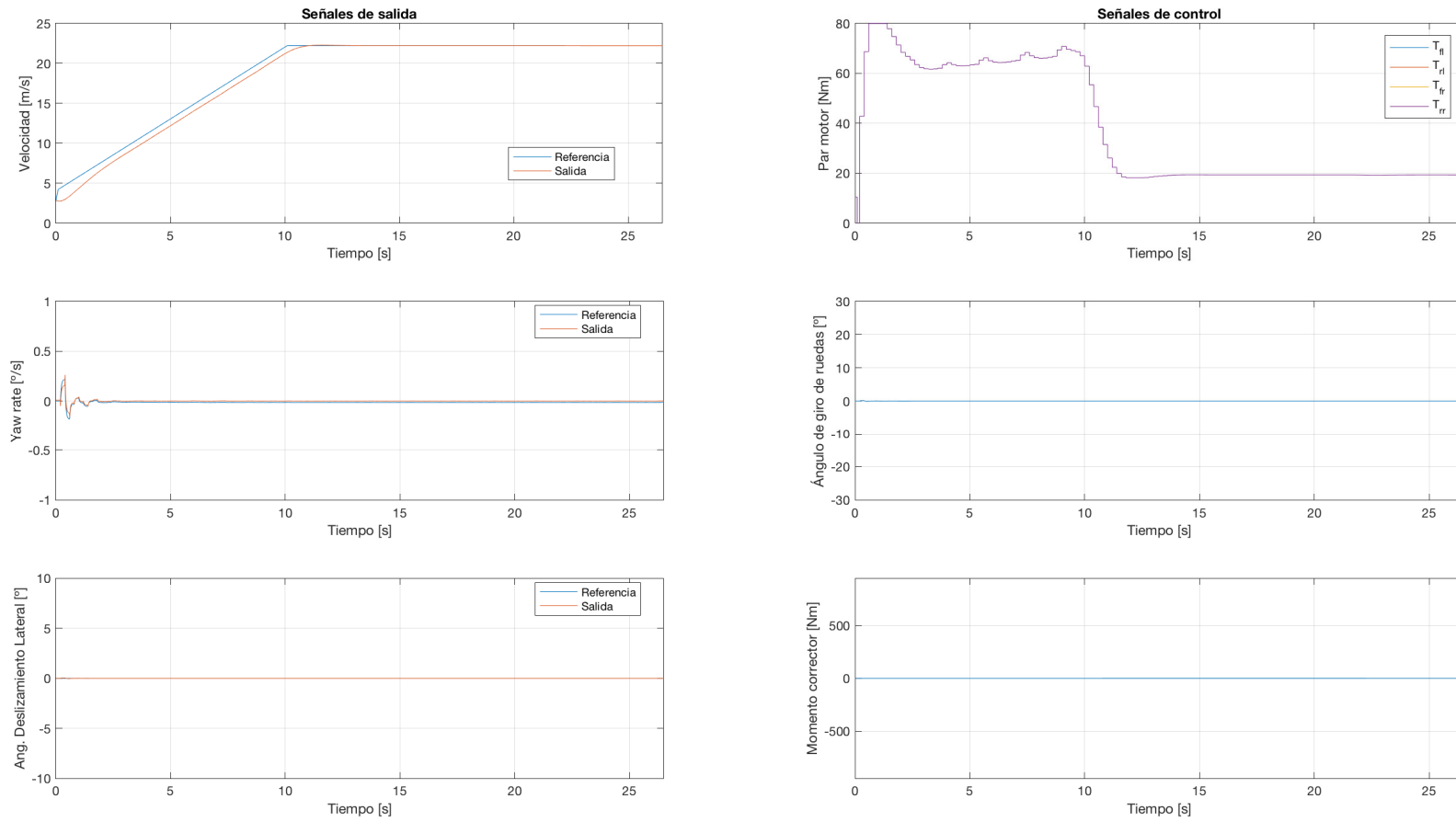
| Módulo                          | Periodo ejecución [s] | Distancia Lookahead [m]<br>$l = Kv_x$ |
|---------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| <b>C. Lateral: Pure Pursuit</b> | 0.2                   | $K = 1$                               |

Dado que la dinámica predominante en este ensayo es la dinámica longitudinal, se comprueba como la velocidad angular y el ángulo de deslizamiento lateral toman valores muy cercanos a cero y, por tanto, sus señales de control - ángulo de giro de ruedas y momento corrector - son nulas. Sin embargo, se puede apreciar muy bien el funcionamiento del módulo de control longitudinal, demostrando como es capaz de seguir las referencias, con error nulo en régimen permanente y error de seguimiento a rampa. En general, el control de seguimiento de velocidad tiene un error absoluto medio (MAE)<sup>1</sup> de 0.38 m/s, lo cual es despreciable - inferior a 1.5 km/h. Respecto a la señal de control, se comprueba como el esfuerzo de control no se penaliza en exceso, véase la tabla 5.1, ya que la respuesta es rápida, saturando rápidamente el par motor, para posteriormente incrementar la velocidad a la tasa marcada por la referencia. Una vez la velocidad deseada es alcanzada, 80 km/h, el controlador introduce el par necesario para mantener esta velocidad constante, 20 Nm por rueda.

**Tabla 5.3** Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica longitudinal.

| ID | $ \beta _{max}$ [°] | $ r _{max}$ [°/s] | $MAE_\beta$ [°] | $MAE_r$ [°/s] | $MAE_v$ [m/s] | $ \delta_{max} $ [°] |
|----|---------------------|-------------------|-----------------|---------------|---------------|----------------------|
| P1 | 0.035               | 0.26              | 0.002           | 0.014         | 0.38          | 0.13                 |

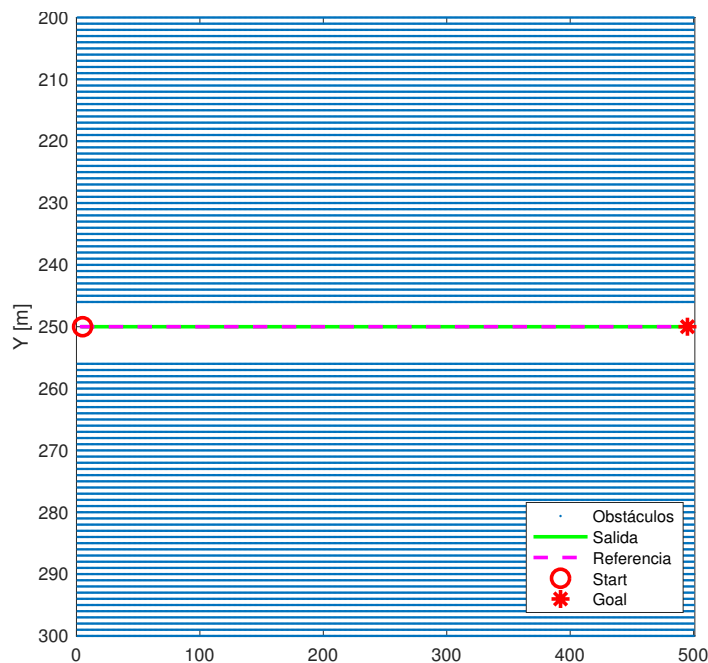
<sup>1</sup> MAE: Mean Absolute Error, calculado como  $MAE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_{ref}(k) - x(k)|$



**Figura 5.3** Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.2.



Como resultado final a la simulación, se ha representado en la figura 5.4 la trayectoria real, línea verde, que seguiría el vehículo bajo dichas condiciones. En este caso, el seguimiento de la trayectoria tiene un error del orden de los milímetros.



**Figura 5.4** Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo de control de la dinámica longitudinal.

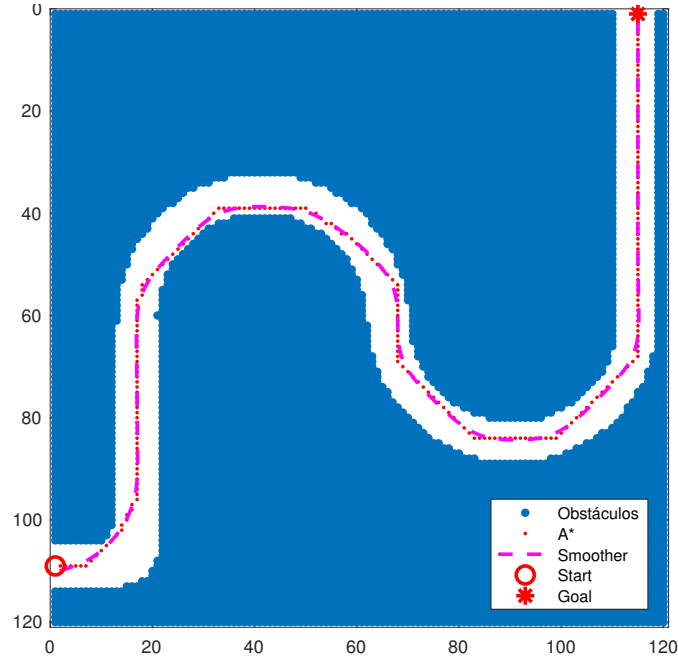
## 5.2 Ensayo de control de dinámica lateral.

En este ensayo, el mapa introducido son dos curvas concatenadas con forma similar a un circuito *skidpad*, véase la figura 5.5. Las curvas representadas tienen un radio de 22.9 m y se efectuarán con una consigna de velocidad de 40 km/h, por tanto, la aceleración lateral a la que estará sometido el vehículo en este ensayo es del orden de 0.5g.

En la figura 5.5 se observan cuales son las salidas de la capa de planificación y se comprueba la importancia de la capa de suavizado, donde la ruta se convierte en una señal menos abrupta y, por ende, más factible desde el punto de vista dinámico. Para este circuito será necesaria la intervención del módulo de control de estabilidad que mejorará la estabilidad del vehículo en curva a través de la introducción de un momento corrector.

Con esta consigna de la capa de planificación, se han realizado tres ensayos (P2, P3, P4) para tres configuraciones distintas del control de dirección (*pure pursuit*), en las cuales se modifica el factor K de la distancia *lookahead*, siendo 1, 1.5 y 0.5 en cada ensayo respectivamente. Los resultados de cada uno de estos ensayos se resumen en la tabla 5.4 y en las figuras 5.6, 5.7 y 5.8. En la figura 5.9 se muestra la trayectoria efectuada por el vehículo bajo cada uno de estos controles.

A la vista de estos resultados, se cree conveniente resaltar los siguientes puntos:

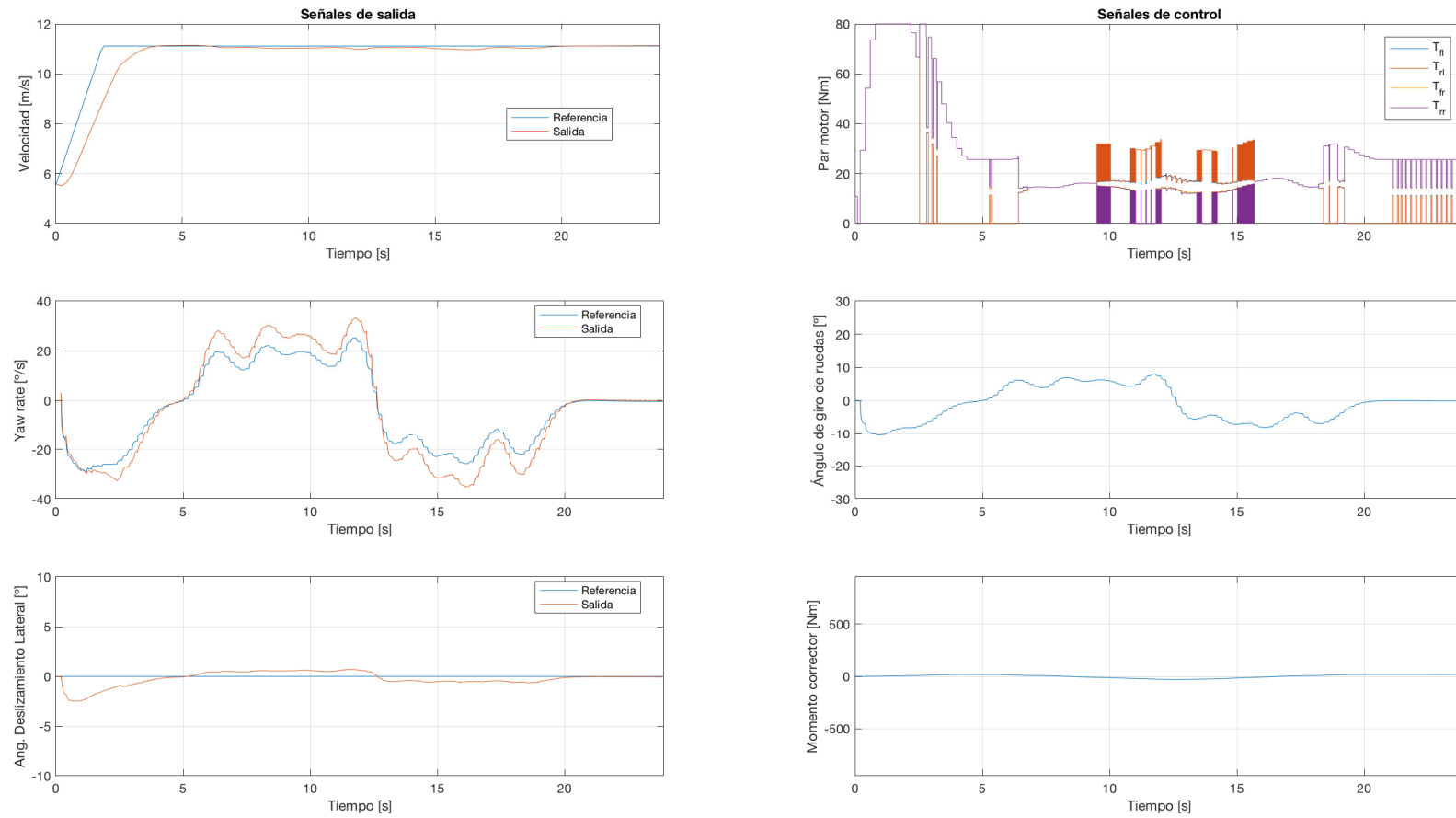


**Figura 5.5** Salida de la capa de planificación para ensayo de control de la dinámica lateral.

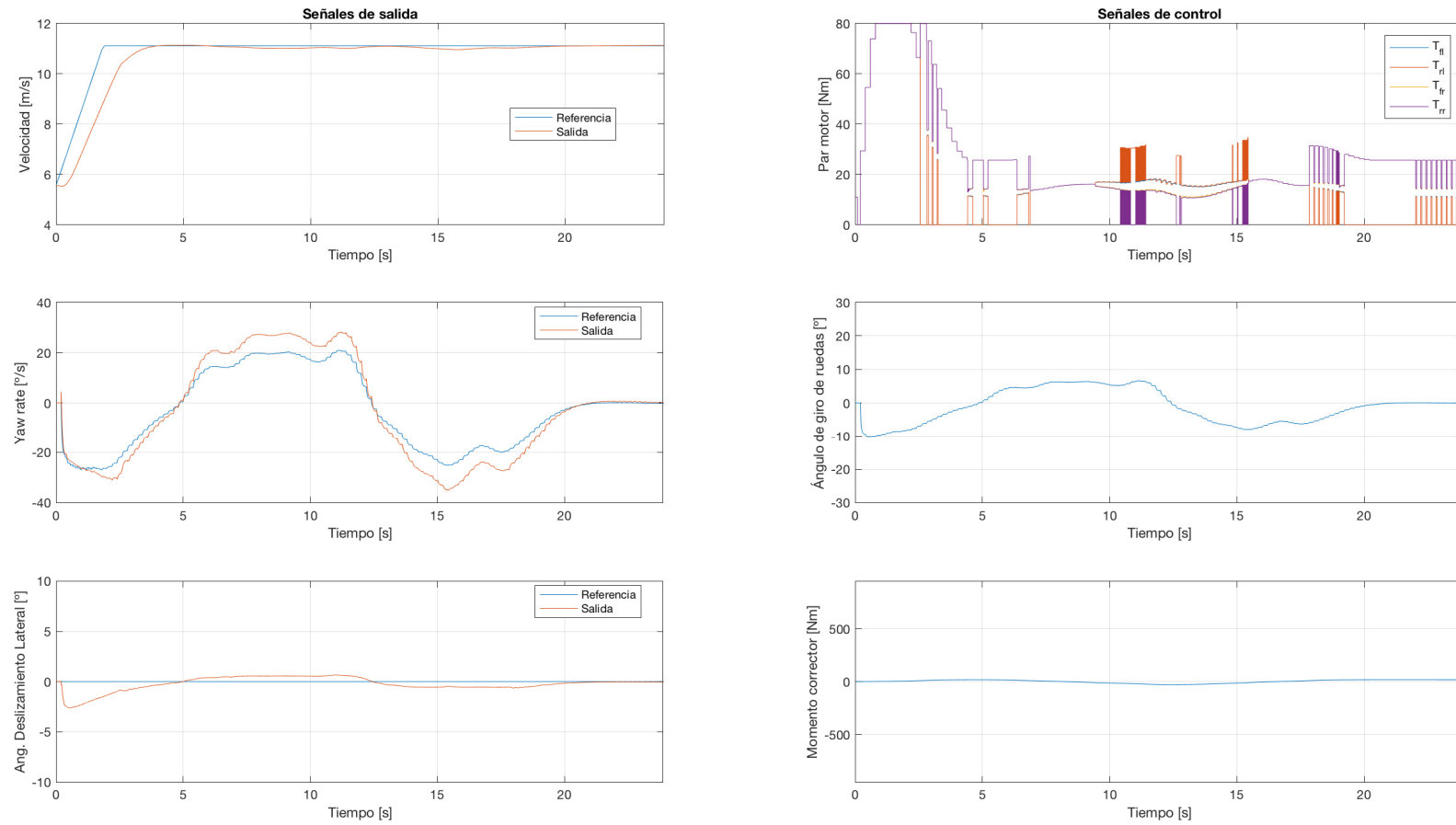
**Tabla 5.4** Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica lateral.

| ID | $ \beta _{max}$ [°] | $ r _{max}$ [°/s] | $MAE_{\beta}$ [°] | $MAE_r$ [°/s] | $MAE_v$ [m/s] | $ \delta _{max}$ [°] |
|----|---------------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------|----------------------|
| P2 | 2.50                | 35.12             | 0.53              | 4.41          | 0.26          | 10                   |
| P3 | 2.61                | 35.11             | 0.53              | 4.26          | 0.25          | 10                   |
| P4 | 6.00                | 70.60             | 0.52              | 5.05          | 0.33          | 30                   |

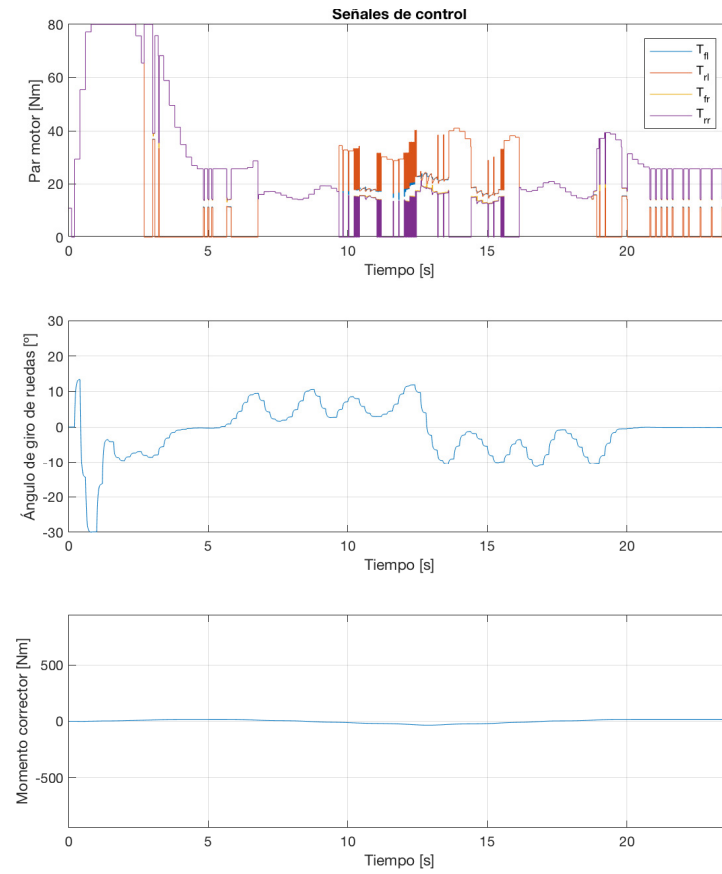
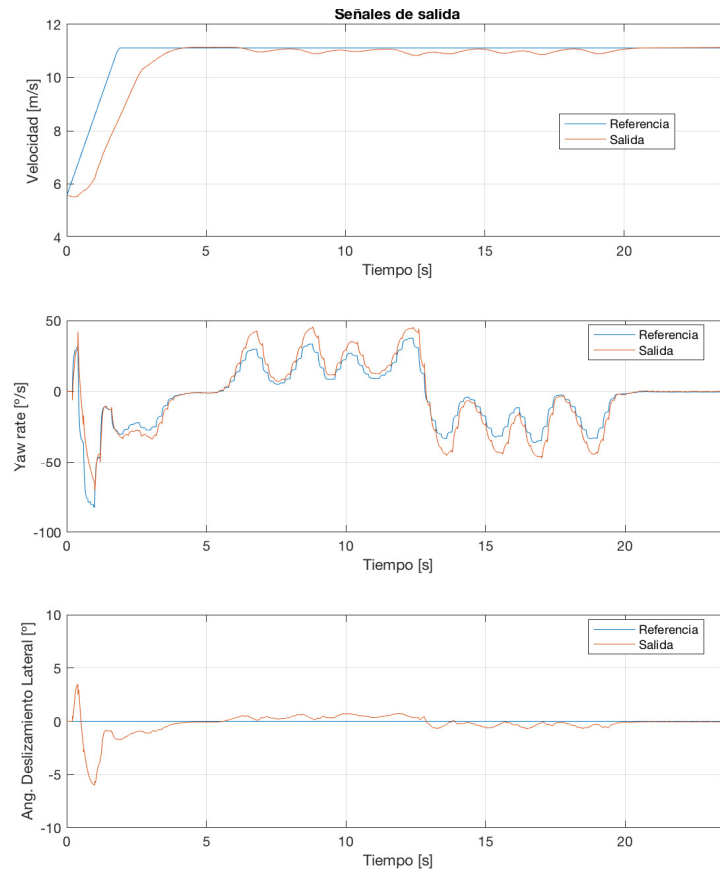
- La distancia *lookahead* es fundamental para asegurar un seguimiento de la trayectoria seguro y preciso. En la figura 5.9, se observa como la diferencia entre la trayectoria efectuada y la trayectoria deseada disminuye conforme disminuye la distancia *lookahead*. De hecho, para  $K=1.5$  se da una situación insegura al atravesar los obstáculos por una desviación en la segunda curva.
- La distancia *lookahead*, sin embargo, está asociada con la señal de dirección del vehículo, haciéndose más agresivo el control cuando más pequeña es la distancia. El racional detrás es que cuando menor sea la distancia, el controlador buscará puntos objetivo más cercanos a la posición actual, implicando una corrección constante del ángulo de dirección para alcanzar dichos puntos. En las figuras 5.6, 5.7 y 5.8, se observa que, conforme aumenta la distancia *lookahead*, disminuyen las oscilaciones de la dirección del vehículo, obteniendo velocidades angulares y ángulos de deslizamiento lateral inferiores y más seguros. Véase la tabla 5.4, donde se comprueba que para  $K = 0.5$  (P4) se obtienen velocidades angulares y ángulos de deslizamiento lateral máximas más de dos veces superiores a las obtenidas en los otros ensayos - por ejemplo,  $|\beta|_{max} = 6^\circ$  para  $K = 0.5$  frente a  $|\beta|_{max} = 2.5^\circ$  para  $K = 1$  y  $|r|_{max} = 70^\circ/\text{s}$  para  $K = 0.5$  frente a  $|r|_{max} = 35^\circ/\text{s}$  para  $K = 1$ .



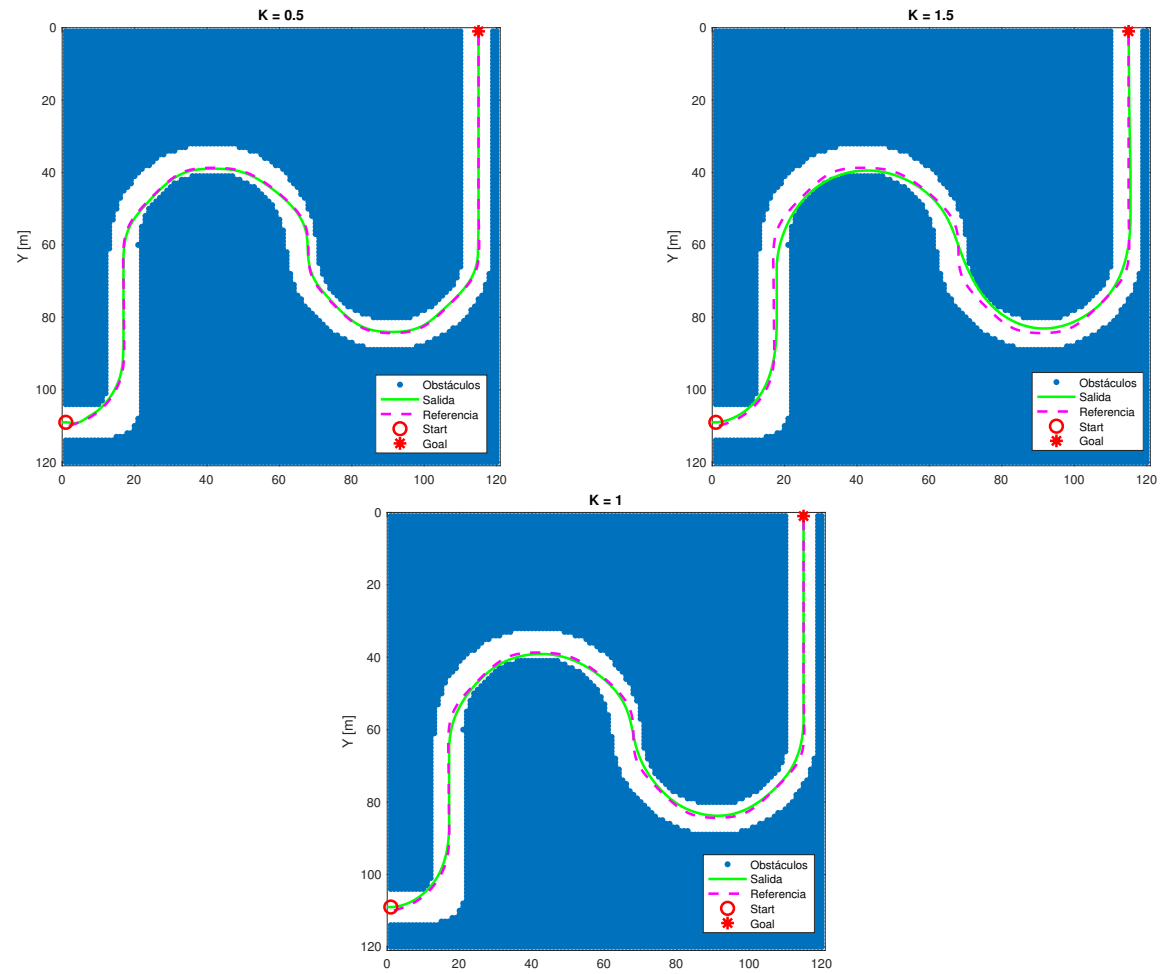
**Figura 5.6** Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead  $K = 1$ .



**Figura 5.7** Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead  $K = 1.5$ .



**Figura 5.8** Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead  $K = 0.5$ .



**Figura 5.9** Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo de control de la dinámica lateral. De izquierda a derecha: factor de distancia lookahead  $K = 0.5$ ,  $K = 1$ ,  $K = 1.5$ .

- Para la elección de la distancia *lookahead* se debe escoger una solución de compromiso entre precisión de seguimiento de la trayectoria y el esfuerzo de control que ello implica. Por tanto, se considera que una distancia *lookahead* del orden de la velocidad dará una respuesta adecuada ( $K = 1$ ).

A partir de ahora, el análisis se centra en el ensayo P2 ( $K = 1$ ).

- Para seguimiento de velocidad, se han obtenido unos errores del mismo orden de magnitud que en el ensayo de dinámica longitudinal,  $MAE_v = 0.26 \text{ m/s}$  ( $<2.5\%$ ). Esto demuestra que el uso de un sistema de reparto de par - módulo TVC - para crear un momento corrector prácticamente no tiene impacto en la consecución de ciertos objetivos en velocidad.
- En general, el ángulo de deslizamiento lateral oscila en un entorno de  $\pm 0.5^\circ$ , a excepción del inicio de la simulación donde se obtiene un ángulo máximo de  $2.5^\circ$ . Este resultado no es preocupante, ya que se encuentra dentro del intervalo de funcionamiento recomendado -  $0$  a  $4^\circ$ .
- La velocidad angular toma valores superiores a la referencia, fundamentalmente durante las curvas, por lo que el control lateral de estabilidad compromete el seguimiento de la velocidad angular para asegurar un ángulo de deslizamiento cercano a  $0^\circ$ .
- Por último, queda mencionar que el momento corrector máximo que se podría aplicar de forma teórica está en el entorno de  $950 \text{ Nm}$ , aunque la aplicación de este momento afectaría a la dinámica longitudinal, por la restricción en el uso de par motor. Para esta simulación apenas se usa el  $5\%$  de esa capacidad introduciendo una diferencia de par de  $\pm 16 \text{ Nm}$ . Asimismo, en la figura 5.6 se observa el cambio de signo del momento corrector introducido en cada curva. En la primera mitad de la simulación, las ruedas derechas tienen un par superior a las ruedas izquierdas, mientras que en la segunda parte de la simulación es al contrario.

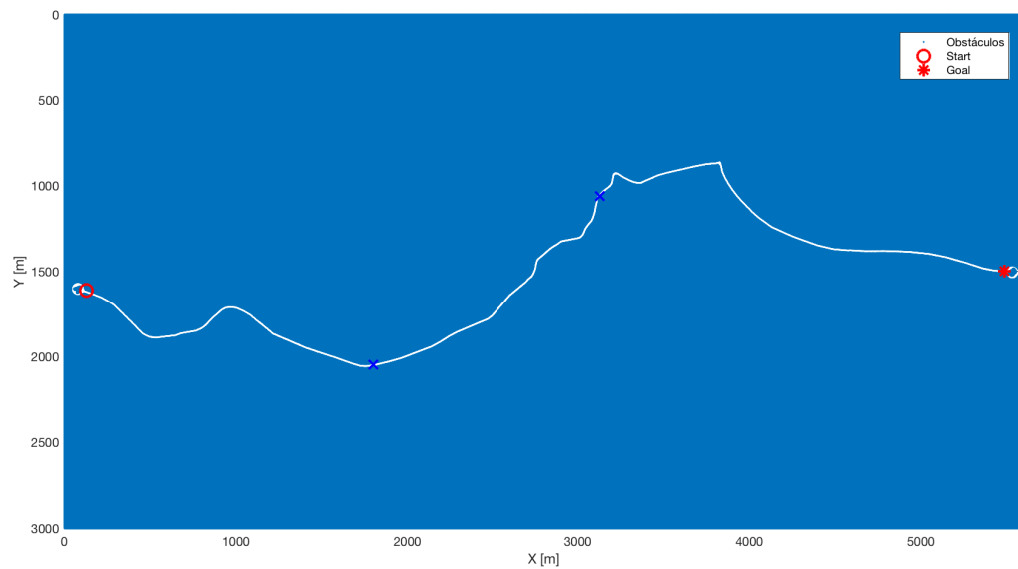
### 5.3 Ensayo en carretera.

En esta sección, se ha querido poner un ejemplo de un circuito real, en concreto, se ha escogido la carretera AL-4200 con conexión a la AL-3160 en su tramo Rodalquilar - Las Negras, figura 5.10. El trayecto es un total de  $5.5 \text{ km}$  e incluye restricciones de velocidad de  $50 \text{ km/h}$  y  $70 \text{ km/h}$  en función del tramo. Debido a la longitud de la carretera, se ha dividido el ensayo en tres tramos: (i) P5, tramo de aceleración hasta  $70 \text{ km/h}$ , (ii) P6, velocidad constante, (iii) P7, limitación a  $50 \text{ km/h}$  y posterior aceleración hasta  $70 \text{ km/h}$ . En la figura 5.11, se ha representado el mapa escogido para este ensayo, en ella el fin de cada tramo se representa a través de una cruz.

En este ensayo, se pretende comprobar la respuesta del modelo frente a una situación más cercana a la realidad de las condiciones diarias a las que se enfrentan los vehículos. Y efectivamente, la respuesta obtenida será menos agresiva, estable y suave respecto a casos anteriores.



**Figura 5.10** Vista panorámica de la carretera AL-4200 en su paso por Rodalquilar. Fuente: Mertxe Pasamontes ([www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)).



**Figura 5.11** Mapa para ensayo en carretera..

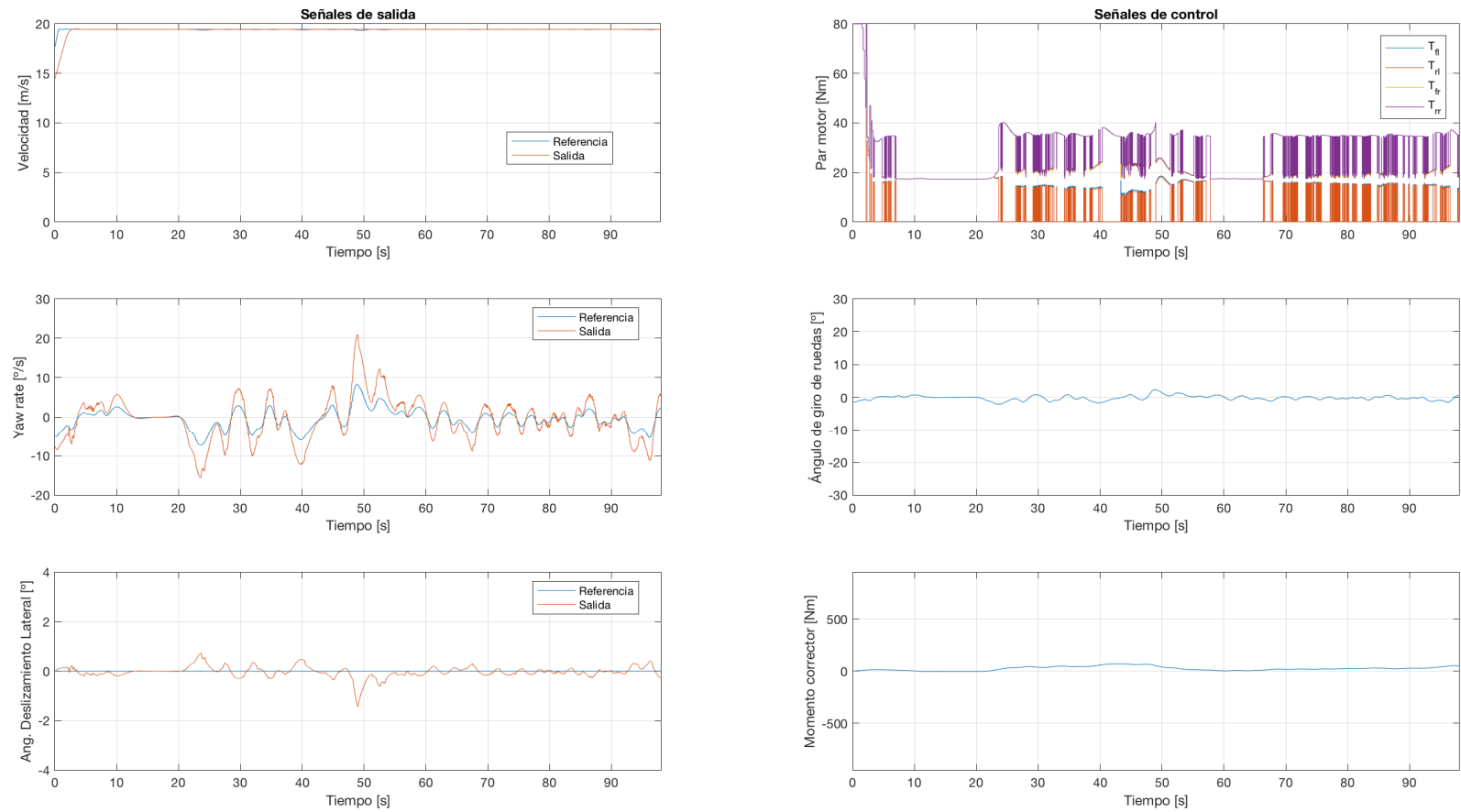
En la tabla 5.5, se han resumido los principales resultados de estos ensayos, donde P5, P6 y P7 corresponden al identificador de cada uno de los tramos primero, segundo y tercero, respectivamente. En las figuras 5.12, 5.13 y 5.14 se encuentran representadas las principales señales de los ensayos. A continuación, se destacan algunos puntos relevantes como análisis de este ensayo.



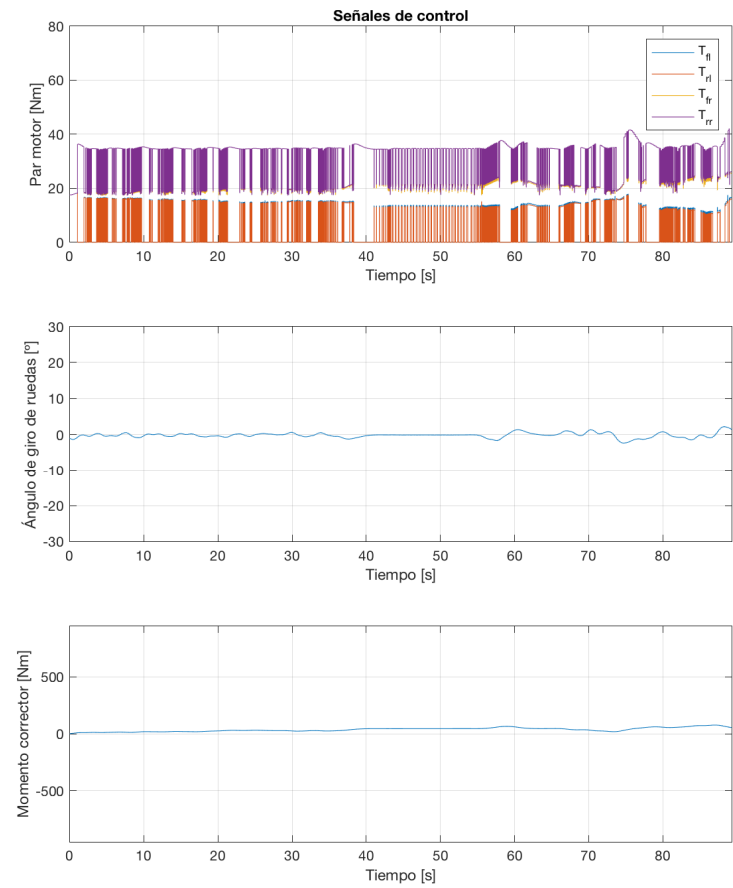
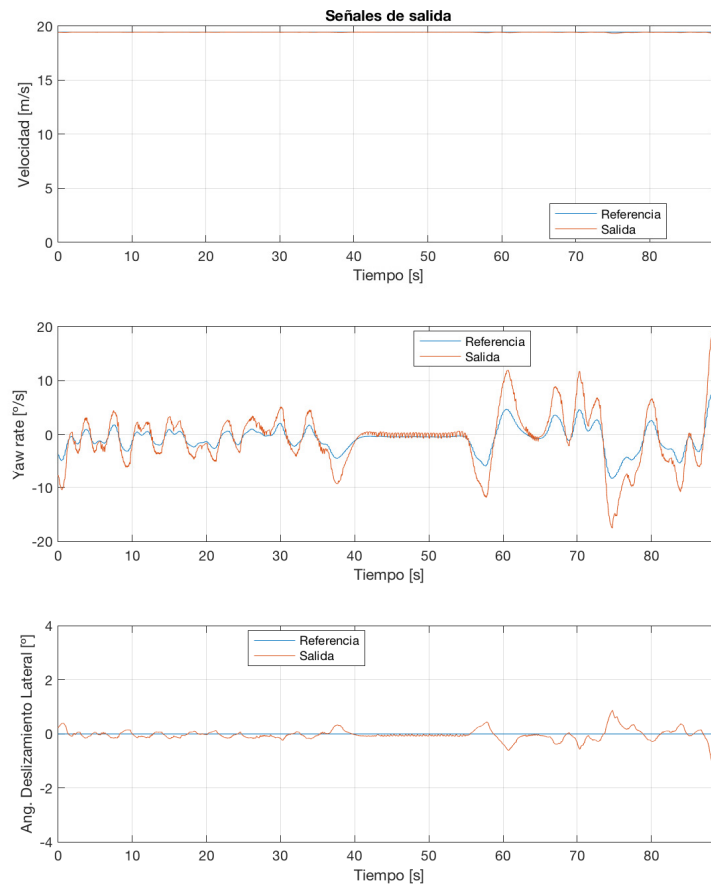
**Tabla 5.5** Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica lateral.

| ID | $ \beta _{max}$ [°] | $ r _{max}$ [°/s] | $MAE_{\beta}$ [°] | $MAE_r$ [°/s] | $MAE_v$ [m/s] | $ \delta _{max}$ [°] |
|----|---------------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------|----------------------|
| P5 | 1.44                | 20.95             | 0.15              | 2.17          | 0.07          | 2.38                 |
| P6 | 1.21                | 19.10             | 0.14              | 2.02          | 0.02          | 2.37                 |
| P7 | 1.19                | 33.17             | 0.10              | 1.80          | 0.19          | 5.55                 |

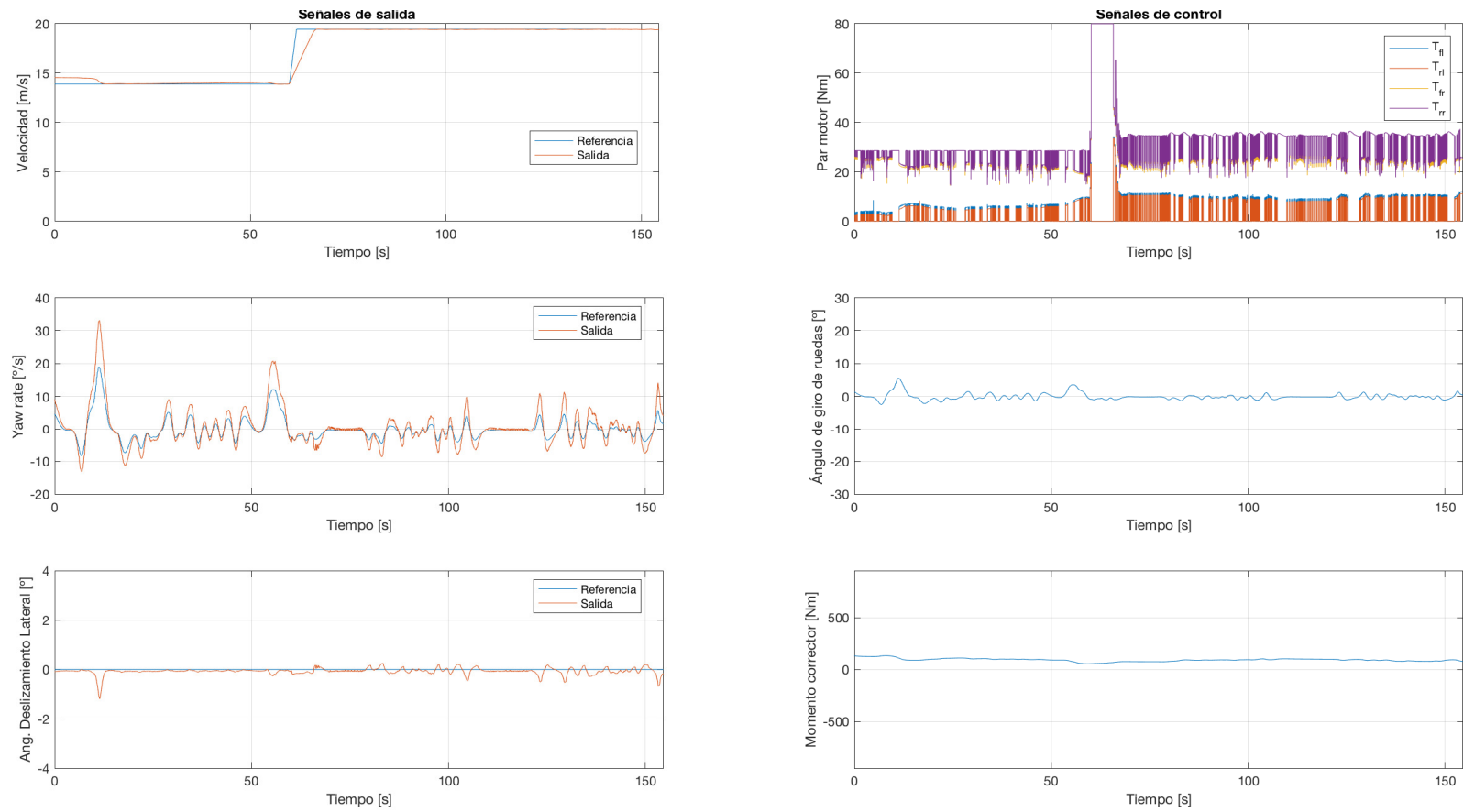
- Los valores máximos obtenidos de las variables a controlar son más suaves que los obtenidos en el ensayo de la sección 5.2. Por este motivo, los errores de seguimiento de referencia disminuyen de forma promedio más de un 100%. El caso más relevante es el ángulo de deslizamiento lateral, que presenta un error de seguimiento inferior a 0.15° en los tres tramos, prácticamente despreciable.
- En las fases de aceleración del primer, P5, y tercer, P7, tramo, se comprueba que no se introduce un par diferencial, pese a que el momento corrector que emite el módulo de control de estabilidad es diferente de cero. Esto se debe a que el esquema de control prima la consigna del control longitudinal frente a la del control lateral. El motivo es simple, el control lateral tiene dos componentes, la diferencia de par y el ángulo de giro de las ruedas, por lo que en estos casos la dinámica lateral sólo se controla a través del ángulo de giro de las ruedas.
- El tramo con recorrido más exigente es el tercer tramo, P7, en el cual se ha introducido una consigna de velocidad de 50 km/h acorde con las necesidades de la conducción. En este tramo se encuentran las dos curvas más cerradas de la simulación, véase la figura 5.15. Durante estas curvas se producen la mayor velocidad angular, igual a 33°/s, pero en ningún caso el ángulo de deslizamiento lateral toma un valor superior a 1.2°, por lo que el vehículo realiza la trayectoria de forma segura.
- En la figura 5.15, se muestra la trayectoria obtenida con la colaboración del esquema de control implementado, según la distancia *lookahead* seleccionada en el ensayo anterior. En ninguna curva el vehículo invade la zona de "obstáculos". No obstante, no es capaz de diferenciar los carriles, por lo que en ocasiones invadiría el carril contrario. Esta es una simplificación que se ha adoptado para abordar el problema, por lo que la implementación de esta funcionalidad quería pendiente para futuros trabajos. Véase la figura 5.15, donde se hace un zoom a las dos curvas más cerradas.
- A título de curiosidad, el tiempo total empleado para recorrer los tres tramos es de 5 min y medio, que coincide con la estimación de Google Maps© considerando un tráfico normal.



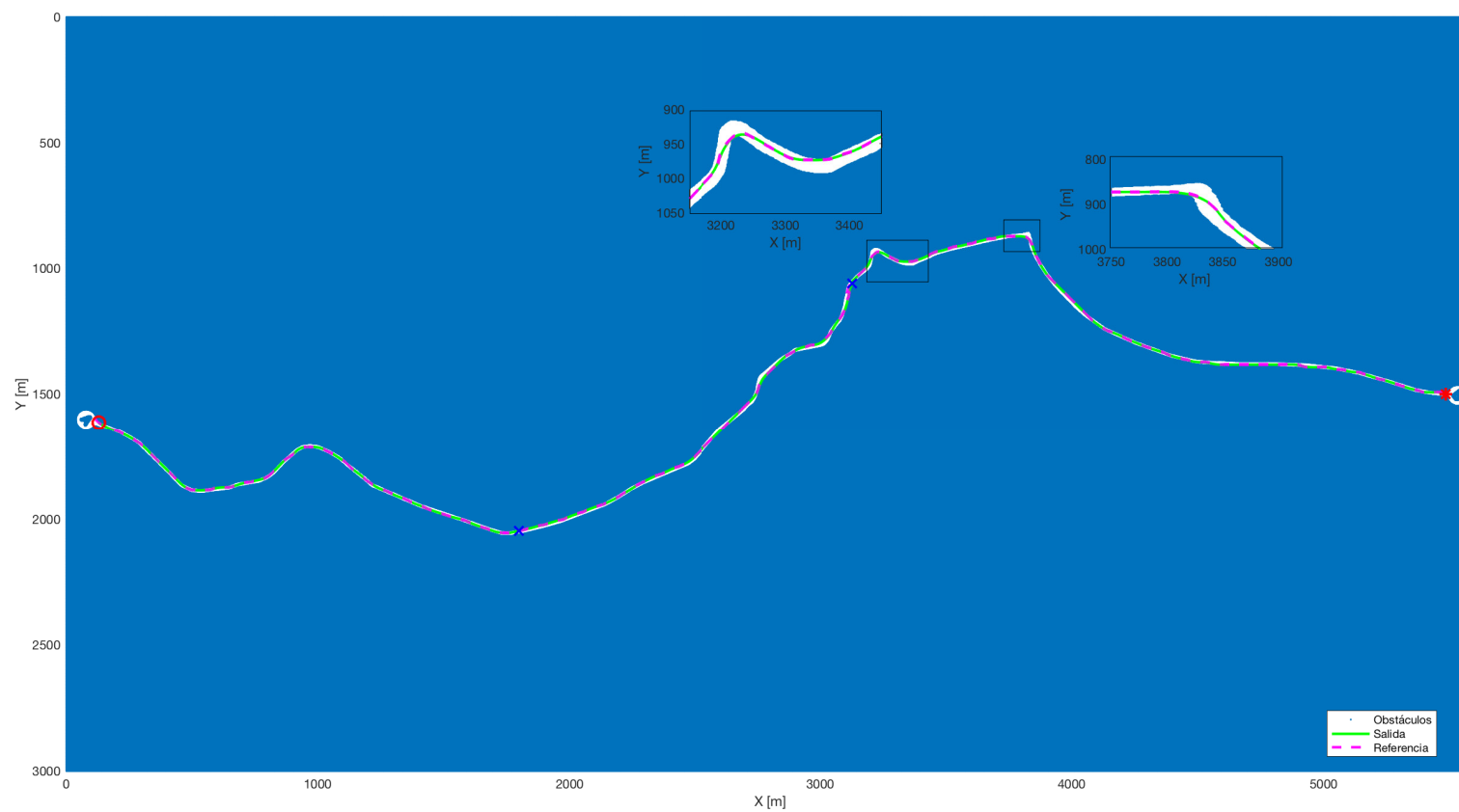
**Figura 5.12** Señales de salida y de control para la consecución del primer tramo de la trayectoria 5.15.



**Figura 5.13** Señales de salida y de control para la consecución del segundo tramo de la trayectoria 5.15.



**Figura 5.14** Señales de salida y de control para la consecución del tercer tramo de la trayectoria 5.15.



**Figura 5.15** Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo en carretera.



## 6 Conclusiones y futuros trabajos

---

El objetivo principal de este trabajo fin de máster ha sido el desarrollo de un esquema de control para conducción autónoma, en concreto, buscando su adaptación al vehículo FOX. Este esquema se ha presentado en el capítulo 4 y se ha validado en simulación frente al modelo del FOX en el capítulo 5.

Para el desarrollo de este esquema de control, en primer lugar se ha abordado el problema de planificación de trayectorias, para el cual se ha optado por el uso del algoritmo A\* por su eficiencia computacional y su característica de óptimo-eficiente, por la cual garantiza la convergencia a una solución óptima. Este algoritmo permite obtener una trayectoria entre punto de inicio y punto objetivo en un tiempo promedio inferior a 2 s para al menos los 500 próximos metros, dependiendo de la complejidad del mapa.

En segundo lugar, se ha abordado el problema de control de las dinámicas lateral y longitudinal, para lo cual se ha propuesto una combinación de módulos basados en control predictivo de los modelos longitudinal y lateral del vehículo junto con un módulo de control de dirección, basado en modelo cinemático, a través del algoritmo *pure pursuit*.

Para la correcta sintonización del control de dirección a través del algoritmo *pure pursuit* es necesaria la selección de una distancia *lookahead* adecuada. Para ello se ha propuesto calcular esta distancia en función de la velocidad que lleve el vehículo y de un factor,  $K$ . La selección de este factor se ha realizado según los resultados de varios ensayos para un circuito del tipo *skidpad*, donde se ha podido comprobar la sensibilidad del controlador a este factor. Finalmente, como solución de compromiso entre error en el seguimiento y esfuerzo de control se ha seleccionado  $K = 1$ .

Asimismo, se ha validado la efectividad del esquema propuesto a través de distintos ensayos que involucraban las distintas dinámicas, así como un ensayo de carretera. Este ensayo de carretera sometía al sistema a condiciones cercanas a la realidad diaria de los vehículos a través de un mapa de carretera y consignas de velocidad reales. Los resultados obtenidos son prometedores y validan el esquema propuesto, demostrando la capacidad del sistema para evitar obstáculos estáticos, seguir la trayectoria deseada en curvas a velocidad media-alta y asegurando la estabilidad del vehículo con velocidades angulares máximas de  $33^\circ/\text{s}$  y ángulos de deslizamiento lateral inferiores a  $1.5^\circ$ .

Todo este trabajo es solo una primera aproximación a una futura autonomización del vehículo FOX. Sin embargo, antes de completar este objetivo último, es necesario pasar por

una serie de etapas y proyectos que permitan acometerlo. A continuación, se enumeran algunas de las mejoras y ampliaciones que se pueden emprender sobre la base de este trabajo.

- Introducción de la señal de frenado en el control de la dinámica longitudinal, para permitir ampliar la funcionalidad a circuitos urbanos, donde las velocidad cambian constantemente en función de las condiciones del tráfico.
- Incorporar la señal de ángulo de dirección de las ruedas al control de estabilidad, para poder facilitar la obtención de los objetivos de estabilidad del vehículo.
- La implementación módulo evasión de obstáculos en línea, que permita actualizar en línea el mapa de obstáculos y recalcular la trayectoria que sigue el vehículo.
- La implementación de un módulo de detección de carriles.
- La sensorización del FOX para permitir la percepción del entorno en tiempo real, añadiendo diferentes unidades LIDAR (Laser Imaging Detection And Ranging) y RADAR (Radio Detection And Ranging). Otra opción podría ser la instalación de cámaras que permitan hacer uso de la visión artificial.
- La implementación de la capa de percepción del entorno. Toda la sensorización anteriormente mencionada necesita de una capa dentro de la arquitectura de control que se encargue de gestionar y traducir la información en mapas del entorno.
- La implementación del sistema en el vehículo FOX para operación en tiempo real que permita testar el esquema de control en el vehículo real.



# Índice de Figuras

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | Emisiones de gases de efecto invernadero según sector en los países EU-28 para el año 2016. Fuente: [1]   | 2  |
| 2.1 | Vehículo FOX. Fuente: [14]  | 5  |
| 2.2 | Motor en ruedas del vehículo FOX: a) motor, b) neumático acoplado al motor. Fuente: [14]  | 6  |
| 2.3 | Sensor de posición instalado en la suspensión. Fuente: [14]   | 7  |
| 2.4 | Representación 3D del vehículo en SimMechanics. Fuente: [14]  | 8  |
| 2.5 | Esquema de bloques simplificado para el modelo del FOX en SimMechanics. Fuente: [14]  | 9  |
| 2.6 | Representación del diagrama de fuerzas sobre el FOX. Fuente: [14]   | 10 |
| 2.7 | Esquema del modelo de la rueda implementado en SimMechanics. Fuente: [14]   | 11 |
| 3.1 | Descomposición jerárquica para un problema de planificación   | 14 |
| 3.2 | Ejemplo de discretización mediante el método PRM y camino seleccionado. Fuente: <a href="https://es.mathworks.com">https://es.mathworks.com</a> | 17 |
| 3.3 | Pseudocódigo para el algoritmo A*. Fuente: [11]   | 19 |
| 3.4 | Geometría en la que se basa el controlador pure pursuit. Fuente: [15]   | 20 |
| 3.5 | Geometría en la que se basa el controlador de retroalimentación basada en la rueda trasera. Fuente: [15]  | 20 |
| 3.6 | Geometría en la que se basa el controlador de retroalimentación basada en la rueda delantera. Fuente: [15]                                      | 21 |
| 3.7 | Estrategia en control predictivo. Fuente: [7]   | 22 |
| 3.8 | Estructura básica de control basado en MPC  | 23 |
| 4.1 | Esquema de control propuesto para vehículo FOX  | 29 |
| 4.2 | Pseudocódigo para programación de MPC   | 32 |
| 4.3 | Pseudocódigo para algoritmo de persecución pura   | 32 |
| 4.4 | Sistema de TVC con distribución en las cuatro ruedas. Fuente: [19]  | 34 |
| 4.5 | Análisis dinámico en neumático. Fuente: [19]  | 34 |
| 4.6 | Pseudocódigo para el módulo Interfaz Par  | 36 |
| 4.7 | Modelo de la bicicleta. Fuente: [18]  | 38 |
| 4.8 | Ángulo de dirección $\delta$ y de deslizamiento $\alpha$ en una rueda. Fuente: [18]   | 39 |
| 4.9 | Validación del modelo longitudinal. Puntos de operación: (i) $v = 43$ km/h; (ii) 65 km/h.   | 41 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.10 | Validación del modelo lateral. Puntos de operación: (i) $v = 50$ km/h; (ii) 70 km/h   | 42 |
| 5.1  | Mapa para ensayo de control de la dinámica longitudinal   | 44 |
| 5.2  | Salida de la capa de planificación para ensayo de control de la dinámica longitudinal   | 44 |
| 5.3  | Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.2  | 46 |
| 5.4  | Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo de control de la dinámica longitudinal   | 47 |
| 5.5  | Salida de la capa de planificación para ensayo de control de la dinámica lateral  | 48 |
| 5.6  | Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead $K = 1$   | 49 |
| 5.7  | Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead $K = 1.5$   | 50 |
| 5.8  | Señales de salida y de control para la consecución de la trayectoria 5.5. Factor de distancia lookahead $K = 0.5$   | 51 |
| 5.9  | Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo de control de la dinámica lateral. De izquierda a derecha: factor de distancia lookahead $K = 0.5$ , $K = 1$ , $K = 1.5$ | 52 |
| 5.10 | Vista panorámica de la carretera AL-4200 en su paso por Rodalquilar. Fuente: Mertxe Pasamontes ( <a href="http://www.google.com/maps">www.google.com/maps</a> )             | 54 |
| 5.11 | Mapa para ensayo en carretera.  | 54 |
| 5.12 | Señales de salida y de control para la consecución del primer tramo de la trayectoria 5.15  | 56 |
| 5.13 | Señales de salida y de control para la consecución del segundo tramo de la trayectoria 5.15   | 57 |
| 5.14 | Señales de salida y de control para la consecución del tercer tramo de la trayectoria 5.15  | 58 |
| 5.15 | Trayectoria efectuada por el vehículo en el ensayo en carretera   | 59 |

# Índice de Tablas

---

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.1 | Estado del arte  | 25 |
| 4.1 | Parámetros característicos para modelado del vehículo FOX. Fuente: [14, 19]    | 36 |
| 5.1 | Parámetros de los controladores predictivos                                    | 45 |
| 5.2 | Parámetros de control pure pursuit   | 45 |
| 5.3 | Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica longitudinal | 45 |
| 5.4 | Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica lateral      | 48 |
| 5.5 | Respuesta del vehículo para los ensayos de control de la dinámica lateral      | 55 |



## Bibliografía

---

- [1] *Greenhouse gas emission statistics - emission inventories*, 2018.
- [2] *Vehicle in use: Europe*, 2018.
- [3] A. P. Aguiar and J.P Hespanha, *Trajectory-tracking and path-following of under actuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty*, IEEE Transactions on Automatic Control **52** (2007), 1362 – 1379.
- [4] R. Attia, R. Orjuela, and M. Basset, *Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance*, Vehicle System Dynamics **52** (2014), no. 2, 261–279.
- [5] ———, *Nonlinear cascade strategy for longitudinal control in automated vehicle guidance*, Control Engineering Practice **29** (2014), 225–234.
- [6] M. Burckhardt, *Fahrwerktechnik: Radschlupf-regelsysteme*, Vogel Fachbuch, 1993.
- [7] E. F. Camacho and C. Bordons, *Model predictive control*, Springer, 2007.
- [8] R. C. Coulter, *Implementation of the pure pursuit path tracking algorithm*, Carnegie Mellon University, 1992.
- [9] D. Dolgov, S. Thrun, M. Montemerlo, and J. Diebel, *Practical search techniques in path planning for autonomous driving*, American Association for Artificial Intelligence (2008).
- [10] A. Gutiérrez, *Los accidentes de tráfico, principal causa de muerte en jóvenes*, Diciembre 2018.
- [11] R. Kala, *On-road intelligent vehicles*, Elsevier, 2016.
- [12] U. Kiencke and L. Nielsen, *Automotive control systems for engine, driveline, and vehicle*, Springer, 2005.
- [13] J. Leonard, J. How, S. Teller, M. Berger, S. Campbell, G. Fiore, L. Fletcher, E. Frazzoli, A. Huang, and S. Karaman, *A perception driven autonomous urban vehicle*, Journal of Field Robotics **25** (2008), 727–774.

- [14] D. Marcos, *Contributions to power management and dynamics control in hybrid vehicles.*, 2014.
- [15] B. Paden, M. Cáp, S. Zheng Yong, D.S. Yershov, and E. Frazzoli, *A survey of motion planning and control techniques for self-driving urban vehicles*, Computing Research Repository (CoRR) (2016).
- [16] G. Pasaoglu, D. Fiorello, A. Martino, G. Scarcella, A. Alemanno, A. Zubaryeva, and C. Thiel, *Driving and parking patterns of european car drivers - a mobility survey*, Tech. report, Joint Research Centre (JRC), 2012.
- [17] G. V. Raffo, J. E. Normey-Rico, F. R. Rubio, and C. R. Kelber, *Control predictivo en cascada de un vehículo autónomo*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (2009).
- [18] R. Rajamani, *Vehicle dynamics and control*, 2 ed., Springer, 2012.
- [19] G. Hernández Rodríguez, *Control de estabilidad basado en mpc para un vehículo eléctrico con motores en ruedas*, 2015.
- [20] S. A. Sajadi-Alamdari, H. Voos, and M. Darouach, *Nonlinear model predictive control for ecological driver assistance systems in electric vehicles*, Robotics and Autonomous Systems **112** (2019), 291–303.
- [21] C. Samson, *Path following and time-varying feedback stabilization of a wheeled mobile robot*, 2nd International Conference on Automation, Robotics and Computer Vision, 1992.
- [22] O. Sename, J. Bokor, and P. Gáspár, *Robust control and linear parameters varying approaches. application to vehicle dynamics*, Springer, 2013.
- [23] J. M. Snider, *Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking*, Carnegie Mellon University.
- [24] C. Urmson, J. Anhalt, D. Bagnell, C. Baker, R. Bittner, M. Clark, J. Dolan, D. Duggins, T. Galatali, and C. Geyer, *Autonomous driving in urban environments: Boss and the urban challenge*, Journal of Field Robotics **25** (2008), 425–466.
- [25] J. Wideberg, C. Bordons, P. Luque, D. Mántaras, D. Marcos, and H. Kanchawala, *Development and experimental validation of a dynamic model development and experimental validation of a dynamic model for electric vehicle with in hub motors.*, Procedia - Social and Behavioral Sciences (2014), no. 160, 84–91.
- [26] X. Zhang, Y. Tang, and Y. Wang, *Model predictive control allocation based coordinated vehicle dynamics control with in-wheel motors*, International Journal of Advancements in Computing Technology **4** (2012), no. 3, 75–83.
- [27] Z. Zhao, H. Liu, H. Chen, J. Hu, and H. Guo, *Kinematics-aware model predictive control for autonomous high-speed tracked vehicles under the off-road conditions*, Mechanical Systems and Signal Processing **123** (2019), 333–350.